BESTIMMUNG DER SPEZIFISCHEN LADUNG DES ELEKTRONS (VORBEREITUNG)

FREYA GNAM, GRUPPE 26, DONNERSTAG

GRUNDLAGEN

Halleffekt. Die Lorentzkraft lenkt die Ladungsträger eines Leiters senkrecht zum Magnetfeld und zur Stromrichtung ab. Die dadurch hervorgerufene Ladungstrennung erzeugt ein elektrisches Feld $\vec{E_H}$. Die Ladungstrennung schreitet so lange fort, bis das sich aufbauende elektrische Feld eine elektrische Kraft $\vec{F_C} = nq\vec{E_H}$ bewirkt, die die Lorentzkraft $\vec{F_L} = nq(\vec{v_D} \times \vec{B})$ gerade kompensiert. Das elektrische Feld $\vec{E_H}$ führt zu einer Hall-Spannung $U_H = \int \vec{E_H} d\vec{s}$. Die Messung der Hall-Spannung ist eine empfindliche Methode Magnetfeldstärken zu bestimmen. Dazu benutzt man geeichte Hall-Sonden mit bekannter Sondenempfindlichkeit $S = \frac{U_H}{B}$.

1. $\frac{e}{m}$-BESTIMMUNG MIT DEM FADENSTRAHLROHR

Bestimmung des Magnetfelds. Ein Helmholtz-Spulenpaar besteht aus zwei parallelen Ringspulen mit Radius r im Abstand $d = r$, die in gleicher Richtung von einem Strom I durchflossen werden. Der Spulenabstand ist gerade so gewählt, dass das Magnetfeld um $z = 0$ in guter Näherung konstant ist: $B = 0,7155\mu_0 n\frac{I}{r}$. Damit lässt sich ein Erwartungswert für B in Abhängigkeit vom Spulenstrom I errechnen:

TABELLE 1. Berechnete Magnetfeldstärken

I [A]	B[mT]
1,0	0,779
1,5	1,169
2,0	1,558

Diese theoretischen Werte vergleichen wir mit einer eignen Messung: Wir vermessen zunächst mithilfe einer Hallsonde das Magnetfeld zwischen den beiden Helmholtzspulen. Dieses wird später beim Fadenstrahlrohr zum Einsatz kommen. Man erhält:

$$
\begin{aligned}
evB &= eE = \frac{U_H}{d} \\
B &= \frac{1}{vd}U_H
\end{aligned}
$$

Das B-Feld lässt sich also aus U_H berechnen, wenn man den Proportionalitätsfaktor $\frac{1}{vd}$ (Sondenempfindlichkeit) kennt. Die Hallsonde muss also noch geeicht werden. Wir messen die Hallspannung im Magnetfeld im Inneren einer langen Spulen. Das Magnetfeld kann als homogen angenommen werden und berechnet sich zu $B = \mu_0 \frac{n}{L} I$. Aus einer Messreihe mit verschiedenen Spulenströmen I erhält man durch lineare Regression eine Ausgleichsgerade, deren Steigung der gesuchte Proportinonalitätsfaktor ist.

Fadenstrahlrohr. Ein Fadenstrahlrohr besteht aus einem kugelförmigen Glaskolben mit einer Elektronenquelle (Glühkathode), in dem ein geringer Druck eines Gases (z.B. Neon) eingestellt ist. Der Kolben befindet sich im bereits gemessenen homogenen Magnetfeld $\vec{B}$, das durch das Helmholtz-Spulenpaar erzeugt wird. Durch die Spannung U werden die von der Glühkathode emittierten Elektronen beschleunigt auf die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Man wählt die Anfangsrichtung $\vec{v_0}$ senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B}$. Durch die senkrecht zu $\vec{v}$ wirkende Lorentzkraft werden die Elektronen auf eine Kreisbahn mit Radius R gezwungen. Die Lorentzkraft wirkt als Zentripetalkraft:

$$evB = \frac{mv^2}{R}$$

Durch Stöße regen die Elektronen die Atome im Gaskolben zum Leuchten an. Deswegen kann man den kreisförmigen Elektronenstrahl sehen.

Aus den gemessenen Werten von R, U und B kann man das Verhältnis von Elektronenladung und Masse bestimmen:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{RB} = \frac{2U}{R^2B^2}$$

2. $\frac{e}{m}$-Bestimmung nach der Methode von Busch

Versuchsanordnung. Eine Elektronenstrahl-Oszillosgraphenröhre befindet sich im Inneren einer stromdurchflossenen Zylinderspule S (Länge $L = (180 \pm 0,5)mm$, Radius $R = (42 \pm 0,5)mm$, Windungszahl $n = 9970$). Die Spule ist nicht lang genug um ein homogenes Magnetfeld zu erzeugen. Zur Berechnung von B mitteln wir längs der Strecke vom Deflektorzentrum bis zum Leuchtschirm über:

$$B = \frac{\mu_0 nI}{2L}\left(\frac{a}{\sqrt{R^2+a^2}} + \frac{L-a}{\sqrt{R^2+(L-a)^2}}\right)$$

Dabei ist a der Abstand des Feldortes von einem Spulenende.

Versuchsdurchführung. Zwischen Kathode und Elektrode g_2 legen wir eine niedrige Beschleunigungsspannung $U_{g_2} \approx 500V$ an. Die Glühelektronen der Kathode erhalten kinetische Energie und werden beschleunigt auf die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m}U_{g_2}}$$

Der Wehneltzylinder g_1 konzentriert den Elektronenstrahl auf einen engen Querschnitt. Die drei Elektroden g_2, g_3, g_4 bilden ein elektronenoptisches Linsenssystem. Die Spannung U_{g_3} lässt sich so wählen, dass dieses Linsensystem den Kathodenstrahl als Leuchtfleck auf einem Leuchtschirm abbildet.

Die Elektronenstromstärke und damit die Helligkeit des Lichtflecks kann durch Veränderung der Spannung U_{g_1} zwischen Kathode und Wehneltzylinder variiert werden.

Das longitudinale Magnetfeld im Wehneltzylinder bündelt den Elektronenstrahl. Elektronen mit einer Geschwindigkeitskomponente $v_r = v \sin\theta$ senkrecht zum Magnetfeld erfahren eine Lorentzkraft. Diese wirkt als Zentripetalkraft und zwingt die Elektronen in Überlagerung mit der unveränderten longitudinalen Komponenre der Geschwindigkeit $v_l = v \sin\theta$ auf eine Spiralbahn mit Radialgeschwindigkeit $v_r = \frac{2\pi R}{T}$.

Aus $ev_r B = \frac{mv_r^2}{R}$ folgt $R = \frac{mv_r}{eB}$ und damit $T = \frac{\pi m}{eB}$.
Die Umlaufdauer T ist unabhängig vom Radius R der Spiralbahnen und vom Winkel θ der Elektronen im Feld. Nach jedem Umlauf treffen sich alles Elektronen in einem Punkt. Der Abstand dieser Punkte ist $d = v_l T = \frac{2\pi m}{eB}\cos\theta$. Für kleine Winkel θ ist $\cos\theta \approx 1$ und

$$d = \frac{2\pi m}{eB} v = \frac{2\pi m}{eB}\sqrt{\frac{2e}{m}U_{g_2}}$$

Die spezifische Ladung des Elektrons berechnet sich also zu:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 U_{g_2}}{B^2 d^2}$$

Wir variieren nun die Beschleunigungsspannung U_{g_2} in $25V$-Schritten von $500V$ bis $700V$. Für jede Spannung stellen wir zwei Spulenströme I_0 ein, bei denen ein scharfer Punkt auf dem Leuchtschirm zu sehen ist. So erhalten wir einen funktionalen Zusammenhang zwischen Spulenstrom und Beschleunigung. Die spezifische Ladung des Elektrons entspricht der Steigung der Gerade $U_{g_2}(I_0^2)$.