VORBEREITUNG: GEOMETRISCHE OPTIK

FREYA GNAM, GRUPPE 26, DONNERSTAG

GEOMETRISCHE OPTIK

Es handelt sich im Folgenden um optische Versuche, bei denen die geometrischen Abmessungen groß gegen die Wellenlänge sind, so dass die Wellennatur des Lichtes sich nicht auffällig bemerkbar macht. Wenn Beugungserscheinungen vernachlässigbar sind, kann die Ausbreitung von Licht im Rahmen der geometrischen Optik mithilfe von Lichtstrahlen beschrieben werden.

1. BRENNWEITEN BESTIMMUNG

1.1. **Brennweite einer dünnen Sammellinse.** Wenn man die Sammellinse so ins Sonnelicht hält, dass die "Lichtstrahlen" senkrecht auf die Linse treffen, so werden diese im Brennpunkt gebündelt. Um den Brennpunkt zu finden, gilt es also, den Schirm so aufzustellen, dass man einen möglichst scharfen und hellen Lichtfleck erhält. Wir messen den Abstand von der Linse zum Schirm und erhalten so die Brennweite: Sie entspricht dem Abstand der Linsenachse zum Brennpunkt.

1.2. **Besselsches Verfahren.** Für einen festen Abstand $e < 4f$ zwischen Gegenstand und Bild gibt es genau zwei Linsenstellungen, die ein scharfes reelles Bild liefern. Die Bedingung $e < 4f$ gewährleistet, dass überhaupt ein scharfes Bild entstehen kann. Wählt man $\frac{e}{f}$ zu groß, so ist die Lichtintensität gering. Dies erschwert festzustellen, wann genau das Bild scharf ist.

Die Abbildungsgleichung einer dünnen Linse mit Brennweite f ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

a ist die Gegenstandsweite, b die Bildweite. Mit $e = a + b$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{e-a} \\ \frac{1}{f} &= \frac{e}{ea - a^2} \\ a^2 + ea + ef &= 0 \\ a_{1,2} &= \frac{e}{a} \pm \sqrt{\frac{e^2}{4} - ef} \end{aligned}$$

Für $e > 4f$ gibt es zwei reelle Lösungen a_1, a_2.

Wir berechnen den Abstand zwischen den Punkten a_1, a_2 an denen die Linse ein scharfes Bild erzeugt.

$$
\begin{aligned}
d &= a_1 - a_2 \\
d &= 2\sqrt{\frac{e^2}{4} - ef} \\
f &= \frac{e^2 - d^2}{4e}
\end{aligned}
$$

Die Brennweite f lässt sich also aus den experimentell bestimmten Punkten a_1, a_2 berechnen.

Linsenfehler. Alle abbildenden Elemente (außer dem ebenen Spiegel) haben Abbildungsfehler, die in axialsymmetrischen Abbildungssystemen für achsennahe Strahlen vernachlässigt werden können (paraxiale Näherung). Strahlen deren Abstand von der Linse nicht klein genug ist oder welche die Linse nicht symmetrisch zur Achse durchlaufen, werden nicht in einem einzelnen Punkt sondern in der Umgebung des Bildpunktes abgebildet. Das Bild wird unscharf und in vielen Fällen auch verzerrt.

Chromatische Abberation : Da die Brechzahl $n(\lambda)$ des Linsenmaterials von der Wellenlänge λ des Lichtes abhängt, ist die Brennweite $f(\lambda)$ der Linse für verschiedene Farben unterschiedlich groß.

Sphärische Abberation : Die Brennweite einer Linse mit sphärischen Grenzflächen hängt vom Abstand der Strahlen von der Achse ab. Mit steigendem Abstand des Strahls von der Achse nimmt die Brennweite ab. Auch bei monochromatischem Licht treten also Abweichungen von der Punkt-zu-Punkt-Abbildung auf.

Um minimale sphärische Abberation zu erreichen muss die gekrümmte Fläche dem Strahlenbündel mit dem kleineren Öffnungswinkel zugekehrt sein. So sollte also für $a > b$ die gekrümmte Fläche auf der Gegenstandsseite und die plane Fläche auf der Bildseite liegen.

1.3. **Abbésches Verfahren.** Für ein Zweilinsensystem soll die Brennweite des Systems ermittelt und daraus auf die Brennweiten der einzelnen Linsen geschlossen werden. Bei zwei verschiedenen Abständen sind jeweils für sechs "Gegenstand-Marke-Abstände" Messungen der Vergrößerungen durchzuführen.

Der Abbildungsmaßstab β eines Systems ist definiert als $\beta = \frac{B}{A} = \frac{b}{a}$ (B Bildgröße, A Gegenstandsgröße).

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\
\frac{1}{\beta} &= 1 + \frac{a}{f}
\end{aligned}
$$

Wir können die Gegenstandsweite a nicht direkt messen, sondern nur aus dem Abstand des Gegenstandes zu einer Marke am Linsensystem ermitteln. Für a setzten wir $a = x - l$, wobei x der Abstand des Gegenstandes zum Messpunkt ist und l der Abstand dieses Messpunktes zur Hauptebene. Damit ergibt sich:

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \frac{x - l}{f}$$

Über eine Ausgleichsgerade der Form $y = mx + c$ lassen sich Brennweite f und der Abstand l des Messpunktes zur Hauptebene bestimmen:

$f = \frac{1}{m}, l = 1 - \frac{c}{m}$

Wir wiederholen die Messung nach Drehung des Zweilinsensystems um 180°. Hat man beide Brennweiten und Hauptebenen des Systems bestimmt, so errechnt sich der Hauptebenenabstand zu $d = l_1 + l_2$.

Die Gesamtbrennweite des Systems ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

Daraus lassen sich die Brennweiten der beiden Linsen berechnen:

$$f_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 + 4m}}{2m}$$

2. Aufbau optischer Instrumente

2.1. **Fernrohr.**

Keplersches Fernrohr. Das keplersche Fernrohr besteht aus zwei Sammellinsen die im Abstand $d = f_1 + f_2$ angeordnet sind. Die Linse mit der größeren Brennweite f_1 dient als Objektiv. Das Objektiv erzeugt in seinem Brennpunkt ein nahes Bild des fernen Gegenstandes. Dieses Bild steht auf dem Kopf und ist sehr klein. Die Linse mit der kleineren Brennweite f_2 (Okular) wird so angeordnet, dass es wie eine Lupe wirkt. Für die Vergrößerung γ gilt: $\gamma = \frac{f_1}{f_2}$. Durch eine größere Brennweite f_1 des Objektives kann eine stärkere Vergrößerung erreicht werden. Dadurch wird allerdings auch das Fernrohr länger.

Galileisches Fernrohr. Ein Galileisches Fernrohr besteht aus einer bikonvexen Linse als Objektiv und einer bikonkaven Linse als Okular. Bei gleichen Brennweiten ist die Vergrößerung γ ebenso groß wie beim Keplerschen Fernrohr. Das Galileische Fernrohr ist allerdings kürzer als das Keplersche: Der Abstand d der beiden Linsen entspricht der Differenz ihrer Brennweiten: $d = |f_1 - f_2|$. Das Bild des betrachteten Gegenstandes steht aufrecht.

2.2. **Projektionsapparat für Diapositive.** Wir bauen einen Projektionsapparat der in einer Entfernung von ca. $d = 1,5m$ ein Bild von einem Dia (Abmessungen $24mm \cdot 36mm$) erzeugt. Das Dia wird seitenverkehrt und auf dem Kopf stehend abgebildet. Die Lichtquelle muss so eingestellt werden, dass sie das ganze Dia ausleuchtet. Zwischen Lichtquelle und Dia wird eine Sammellinse (Kondensor) eingefügt, die das Licht bündelt. Der Abstand des Dias vom Objektiv muss etwas größer sein als die Brennweite der Linse.

Aus der Linsengleichung ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\ &= \frac{1}{a} + \frac{1}{d-a} \\ &= \frac{d}{ad - a^2} = \frac{a+b}{ab} \end{aligned}$$

a ist hier die Entfernung des Dias von der Linse, b die des Schirms. Der Abstand der Linse vom Schirm soll $d = a + b = 1,5m$ betragen, die Vergrößerung $\gamma = \frac{b}{a} = 10$. Damit ergibt sich: $a = 13,6cm$, $b = 136,4cm$, $f = 12,4cm$.

2.3. **Mikroskop.** Im Prinzip funktioniert ein Mikroskop umkehrt wie ein Fernrohr. Es besteht aus zwei unterschiedlichen großen Sammellinsen. Der Gegenstand wird direkt vor den Brennpunkt des Objektivs gebracht. Dieses erzeugt ein reelles Zwischenbild des Gegenstandes in der Brennebene der zweiten Linse (Okular). Diese wirkt als Lupe und erzeugt ein virtuelles, stark vergrößertes Bild.

Die Vergrößerung entspricht dem Verhältnis der Blickwinkel mit und ohne Mikroskop. Ohne Miskroskop gilt für den Sehwinkel des menschlichen Auges: $\tan \epsilon_0 = \frac{A}{s_0}$ mit einer Nullpunktsentfernung $s_0 \approx 0,25m$. Mithilfe des Mikroskops ergibt sich ein Winkel von $\tan \epsilon = \frac{B}{f_2} = \frac{Ab}{af_2}$. Der Abstand der Brennpunkte beträgt $d = b + f_2$. Wir verwenden die Näherung: $a \approx f_1$. Die Vergrößerung ergibt sich dann zu:

$$\gamma = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \approx \frac{\tan \epsilon}{\tan \epsilon_0} = \frac{bs_0}{gf_2} \approx \frac{(d - f_2)s_0}{f_1 f_2}$$

Mit kleiner werdenden Brennweiten der Linsen nimmt also die Vergrößerung zu. Werden die Brennweiten allerdings zu klein, so kann das Auge die einzelnen Lichtpunkte nicht mehr auflösen. Die Strukturen dürfen nicht kleiner sein, als die halbe Wellenlänge des verwendeten Lichtes.