

AUSWERTUNG: FERROMAGNETISCHE HYSTERESIS

TOBIAS FREY, FREYA GNAM, GRUPPE 26, DONNERSTAG

1. INDUKTIVITÄT UND VERLUSTWIDERSTAND EINER LUFTSPULE

1.1. **Messung.** Ein Vorwiderstand R und die Spule L werden im Versuch in Reihe geschaltet. Wir messen die Spannungsamplituden an der Spule und am Widerstand. Zudem bestimmen wir die Zeitdifferenz zwischen dem Auftreten der Spannungsamplituden. Die Frequenz des Wechselstroms beträgt $f = 50\text{Hz}$.

TABELLE 1. Messung ohne Eisenkern

$I_{eff}[mA]$	$\hat{U}_L[V]$	$\hat{U}_R[V]$	$\Delta t [ms]$	$L[mH]$	$R_L[\Omega]$
300	5,2	4,4	2,8	30,06	7,81
30,7	0,54	0,44	2,8	30,50	7,93

Die Induktivität der Spule berechnen wir nach:

$$L = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}} \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega} = \frac{\hat{U}_L}{I_{eff}\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin(2\pi f \Delta t)}{2\pi f}$$

Den Verlustwiderstand der Spule erhalten wir aus:

$$R_L = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}} \cdot \cos \varphi = \frac{\hat{U}_L}{I_{eff}\sqrt{2}} \cdot \cos(2\pi f \Delta t)$$

Verlustwiderstand und Eigeninduktivität der Spule ohne Kern sind wie erwartet unabhängig vom Erregerstrom. Die leichten Abweichungen liegen im Rahmen der Messgenauigkeit.

1.2. **Berechnete Werte.** Rechnerisch ergibt sich für die Induktivität:

$$L = n^2 \mu_0 k \frac{A}{l} = (1000)^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} \cdot 0,55 \cdot \frac{\pi(0,034m)^2}{0,068m} = 36,9mH$$

Der ohmsche Widerstand des Drahts beträgt:

$$R = \rho \frac{l}{A} = 0,0178 \frac{\Omega mm^2}{m} \frac{2\pi \cdot 1000 \cdot 3,4 \cdot 10^{-2}m}{\pi(0,35mm)^2} = 9,88\Omega$$

2. INDUKTIVITÄT UND VERLUSTWIDERSTAND EINER SPULE MIT GESCHLOSSENEM EISENKERN

Wir bringen nun einen Eisenkern in die Spule ein. Bei der Messung mit $I_{eff} = 30mA$ verringern wir die Eingangsspannung des Oszilloskops, indem wir einen Vorwiderstand $R = 9M\Omega$ verwenden. Dadurch wird der Messbereich des Oszilloskops um den Faktor 10 erweitert. Durch die gröbere Skala fallen Ablesefehler nun stärker ins Gewicht.

TABELLE 2. Messung mit Eisenkern

$I_{eff}[mA]$	$\hat{U}_L[V]$	$\hat{U}_R[V]$	$\Delta t [ms]$	$L[H]$	$R_L[\Omega]$
10,1	18	0,14	4	3,81	389,42
29,7	105	0,44	2,8	6,13	1593,48

2.1. **Messung.** Die Induktivität der Spule beträgt:

$$L = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}} \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega}$$

Der Verlustwiderstand der Spule beträgt:

$$R_L = \frac{\hat{U}_L}{\hat{I}} \cdot \cos \varphi$$

Induktivität und Verlustwiderstand steigen durch den Eisenkern stark an. Zudem sind die Eigenschaften der Spule nun vom Erregerstrom abhängig.

2.2. **Wechselfeld-Permeabilität.** Wie berechnen die relative Wechselfeld-Permeabilität

$$\mu_r = \frac{Ll}{n^2 \mu_0 k A} = \frac{L \cdot 0,48m}{(1000)^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am} 0,55\pi (0,034m)^2}$$

Aus unserer Messung beim Erregerstrom $I \approx 10mA$ ergibt sich:

$$\mu_r = 728,59$$

Und beim Erregerstrom $I \approx 30mA$:

$$\mu_r = 1172,25$$

3. FERROMAGNETISCHE HYSTERESIS UND UMMAGNETISIERUNGSKURVE

3.1. **Messung.** Wir haben die Hysteresiskurven auf eine Folie übertragen und die ausgeschnittenen Kurven gewogen, um später ihre Fläche berechnen zu können.

TABELLE 3. Messung des Gewichtes der ausgeschnittenen Hysteresiskurven

$I [mA]$	$m [g]$
10,3	0,046
30,0	0,154

Mithilfe einer Referenzfolie mit $A = 0,01m^2$ und $m = 1,05g$ ergibt sich eine Dichte des Folienmaterials von: $\rho = \frac{0,00105}{0,01} \frac{kg}{m^2} = 0,105 \frac{kg}{m^2}$

3.2. **Eichung der H-Achse und der B-Achse.**

H-Achse.

$$H = \frac{nI_{eff}}{l} = \frac{n_1}{lR} \cdot U_R = \frac{1000}{0,48m \cdot 10\Omega} \cdot U_R = 208,3 \frac{A}{Vm} \cdot U_R$$

Der Eichfaktor für die H-Achse beträgt $208,3 \frac{A}{Vm}$

B-Achse.

$$B = \frac{CR_1}{n_2 \cdot A} \cdot U_C = \frac{10\mu F \cdot 100k\Omega}{50 \cdot (0,039m)^2} \cdot U_C = 13,15 \frac{F\Omega}{m^2} \cdot U_C$$

Der Eichfaktor für die B-Achse beträgt $13,15 \frac{F\Omega}{m^2}$

3.3. Berechnung der Ummagnetisierungsarbeit.

Eichung der H-Achse für $I = 10,3mA$.

$$208,3 \frac{A}{Vm} \times 50 \frac{mV}{cm} = 10,415 \frac{A}{m} \times \frac{1}{cm}$$

Eichung der B-Achse für $I = 10,3mA$.

$$13,15 \frac{F\Omega}{m^2} \times \frac{mV}{cm} = 0,01315 \frac{Vs}{m^2} \times \frac{1}{cm}$$

Eichung der Ummagnetisierungsarbeit pro $1cm^2$ für $I = 10,3mA$.

$$10,415 \frac{A}{m} \times 0,01315 \frac{Vs}{m^2} = 0,137 \frac{J}{m^3}$$

Eichung der H-Achse für $I = 30mA$.

$$208,3 \frac{A}{Vm} \times 0,1 \frac{V}{cm} = 20,83 \frac{A}{m} \times \frac{1}{cm}$$

Eichung der B-Achse für $I = 30mA$.

$$13,15 \frac{F\Omega}{m^2} \times \frac{4mV}{cm} = 0,0526 \frac{Vs}{m^2} \times \frac{1}{cm}$$

Eichung der Ummagnetisierungsarbeit pro $1cm^2$ für $I = 30mA$.

$$20,83 \frac{A}{m} \times 0,0526 \frac{Vs}{m^2} = 1,096 \frac{J}{m^3}$$

Ummagnetisierungsarbeit. Die Ummagnetisierungsarbeit berechnet sich zu:

$$\oint Bdh = \frac{W_{mag}}{V}$$

Das Integral $\oint Bdh$ gibt den Flächeninhalt der Hysteresisschleife wieder. Dieser lässt sich am besten über das Gewicht der ausgeschnittenen Kurven bestimmen.

Für $I = 10mA$:

$$\frac{W_{mag}}{V} = \frac{0,046g}{0,0105 \frac{g}{cm^2}} \cdot 0,137 \frac{J}{m^3} = 0,600 \frac{J}{m^3}$$

Für $I = 30mA$:

$$\frac{W_{mag}}{V} = \frac{0,154g}{0,0105 \frac{g}{cm^2}} \cdot 1,096 \frac{J}{m^3} = 16,064 \frac{J}{m^3}$$

Ummagnetisierungs-Verlustleistung.

$$P_{mag} = \frac{W_{mag}}{T_{Zyklus}} = W_{mag} f V = 50 \text{ Hz} \cdot \frac{W_{mag}}{V} (0,039 \text{ m})^2 \cdot 0,48 \text{ m}$$

Für $I = 10,3 \text{ mA}$:

$$P_{mag} = 21,896 \text{ mW}$$

Für $I = 30 \text{ mA}$:

$$P_{mag} = 586,38 \text{ mW}$$

Äquivalenter Verlustwiderstand.

$$R_{mag} = \frac{U_{eff}}{I_{eff}} = \frac{P_{mag}}{I_{eff}^2}$$

Für $I = 10 \text{ mA}$:

$$R_{mag} = 206,39 \Omega$$

Für $I = 30 \text{ mA}$:

$$R_{mag} = 651,54 \Omega$$

3.4. Bestimmung der relativen Wechselfeld-Permeabilität. Aus einem Wertepaar B_1, H_1 lässt sich die relative Wechselfeld-Permeabilität bestimmen:

$$\mu_r = \frac{B_1}{\mu_0 H_1}$$

Für $I = 10 \text{ mA}$:

$$\begin{aligned} H_1 &= 208,3 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} \cdot 0,140 \text{ V} = 29,16 \frac{\text{A}}{\text{m}} \\ B_1 &= 13,15 \frac{\text{F}\Omega}{\text{m}^2} \cdot 1,6 \text{ mV} = 21,6 \text{ mT} \\ \Rightarrow \mu_r &= 589,46 \end{aligned}$$

Für $I = 30 \text{ mA}$:

$$\begin{aligned} H_1 &= 208,3 \frac{\text{A}}{\text{Vm}} \cdot 420 \text{ mV} = 87,49 \frac{\text{A}}{\text{m}} \\ B_1 &= 13,15 \frac{\text{F}\Omega}{\text{m}^2} \cdot 9,6 \text{ mV} = 129,6 \text{ mT} \\ \Rightarrow \mu_r &= 1178,79 \end{aligned}$$

3.5. Vergleich mit den Ergebnissen aus Aufgabe 2.

Vorbemerkung. Die Abweichungen, die wir zwischen den Ergebnissen von Aufgabe 2 und 3 erhalten, sind recht hoch. Allerdings war keine wirkliche Vergleichbarkeit gewährleistet: Wir haben für Aufgabe 3 eine andere Versuchsanordnung als für Aufgabe 2 verwendet, da das zuerst verwendete Oszilloskop sich schlecht fokussieren ließ.

Die Bestimmung der Ummagnetisierungs-Arbeit aus den ausgeschnittenen Flächen in Aufgabe 3 stellt zudem ein sehr ungenaues Messverfahren dar, da schon das Abzeichnen sich schwierig gestaltete. Unser Oszilloskop hatte Kontaktprobleme an den Steckern, so dass das Bild wackelte. Auch beim Ausschneiden konnten wir nicht so genau arbeiten, wie es für eine genaue Messung erforderlich gewesen wäre.

Verlustleistung für Aufgabe 2. In Aufgabe 2 ergibt sich für die gesamte Verlustleistung:

$$P_{10mA} = 398,42 \cdot \Omega (10,1mA)^2 = 39,72mW$$

$$P_{30mA} = 1593,48 \cdot \Omega (29,7mA)^2 = 1406mW$$

Verlustleistung für Aufgabe 3. Aus unserer Messung in Aufgabe 1: $\bar{R}_{Draht} = 7,87\Omega$

Verlustleistung des Drahtes für 10,3mA: $7,87\Omega \cdot (10,3mA)^2 = 0,834mW$

Verlustleistung des Drahtes für 29,7mA: $7,87\Omega \cdot (29,7mA)^2 = 6,942mW$

Die Verlustleistung des Drahtes addieren wir zu berechneten Ummagnetisierungs-Verlustleistung:

$$P_{10mA} = 21,896mW + 0,834mW = 22,730mW$$

$$P_{30mA} = 586,38mW + 6,94mW = 593,32mW$$

Vergleich der Verlustleistungen. Die große Differenz lässt sich in erster Linie auf die bereits erwähnte Messungenauigkeit zurückführen. Die Differenz der Leistungen lässt sich zudem durch Wirbelströme erklären. Im Eisenkern wurde eine Eisenlamelierung verwendet, die durch eine Isolierung Wirbelströme zwischen den einzelnen Lamellen vermeidet. Dennoch lassen sich Wirbelströme innerhalb der einzelnen Schichten nicht völlig unterbinden.

Vergleich der relativen Wechselfeld-Permeabilitäten. Die Abweichungen von μ_r betragen 23,6% für 10mA und 0,6% für 30mA. Bei der geringeren Stromstärke ist die Abweichung größer, da hier das Ausschneiden der Hysteresisfolie mit einer größeren Ungenauigkeit behaftet war.

4. SÄTTIGUNGSINDUKTION, REMANENZ, KOERZITIVKRAFT, MAGNETISCHE HÄRTE

4.1. Eisenkern.

Messung. $I = 0,2A$

Masse Flächenstück: $m = 0,148g$. Damit: $A = 14,09cm^2$

Eichung der H-Achse.

$$H = \frac{nI_{eff}}{l} = \frac{n_1}{lR} \cdot U_R = \frac{500}{0,48m \cdot 10\Omega} \cdot U_R = 104,2 \frac{A}{Vm} \cdot U_R = 104,2 \frac{A}{m} x \frac{1}{cm}$$

Der Eichfaktor für die H-Achse beträgt $104,2 \frac{A}{Vm}$

Eichung der B-Achse.

$$B = \frac{CR_1}{n_2 \cdot A} \cdot U_C = \frac{10\mu F \cdot 100k\Omega}{50 \cdot (0,039m)^2} \cdot U_C = 13,15 \frac{F\Omega}{m^2} \cdot U_C = 0,263 \frac{Vs}{m^2} x \frac{1}{cm}$$

Der Eichfaktor für die B-Achse beträgt $13,15 \frac{F\Omega}{m^2}$

Eichung der Ummagnetisierungs-Arbeit pro $1cm^2$.

$$W_{cm^2} = 27,4 \frac{J}{m^3}$$

Ummagnetisierungsarbeit.

$$\frac{W_{mag}}{V} = 14,09 \cdot 27,4 \frac{J}{m^3} = 386,07 \frac{J}{m^3}$$

Ummagnetisierungsverlustleistung.

$$P_{mag} = 386,07 \frac{J}{m^3} \cdot 50Hz \cdot 0,48m \cdot (0,039m)^2 = 14,09W$$

Remanenz.

$$2,3 \cdot 0,263 \frac{Vs}{m^2} = 0,605T$$

Koerzetivkraft.

$$1,3 \cdot 104,2 \frac{A}{m} = 135,46 \frac{A}{m}$$

Sättigungsinduktion. Für die Sättigungsinduktion gilt:

$$B_S = B_1 - \mu_0 H_1$$

Maximalwerte aus dem Diagramm:

$$H_1 = 3,7 \cdot 104,2 \frac{A}{m} = 385,54 \frac{A}{m}$$

$$B_1 = 2,7 \cdot 0,263 \frac{Vs}{m^2} = 0,71T$$

$$B_S = 0,709T$$

4.2. Ferrit-Schalenkern.

Messung. $I_{eff} = 50,13mA$

Masse Flächenstück: $m = 0,096g$. Damit: $A = 9,14cm^2$

Eichung der H-Achse.

$$H = \frac{nI_{eff}}{l} = \frac{n_1}{lR} \cdot U_R = \frac{500}{0,105m \cdot 10\Omega} \cdot U_R = 476,19 \frac{A}{Vm} \cdot U_R = 23,81 \frac{A}{m} x \frac{1}{cm}$$

Eichung der B-Achse.

$$B = \frac{CR_1}{n_2 \cdot A} \cdot U_C = \frac{10\mu F \cdot 100k\Omega}{50 \cdot (0,000625m)^2} \cdot U_C = 32 \frac{F\Omega}{m^2} \cdot U_C = 0,064 \frac{Vs}{m^2} x \frac{1}{cm}$$

Eichung der Ummagnetisierungs-Arbeit pro $1cm^2$.

$$W_{cm^2} = 1,524 \frac{J}{m^3}$$

Ummagnetisierungsarbeit.

$$\frac{W_{mag}}{V} = 9,14 \cdot 1,524 \frac{J}{m^3} = 13,93 \frac{J}{m^3}$$

Ummagnetisierungs-Verlustleistung.

$$P_{mag} = 13,93 \frac{J}{m^3} \cdot 50Hz \cdot 0,105m \cdot (0,000625m)^2 = 45,7mW$$

Remanenz.

$$1 \cdot 0,064 \frac{Vs}{m^2} = 0,064T$$

Koerzetivkraft.

$$0,6 \cdot 23,81 \frac{A}{m} = 14,29 \frac{A}{m}$$

Sättigungsinduktion. Für die Sättigungsinduktion gilt:

$$B_S = B_1 - \mu_0 H_1$$

Maximalwerte aus dem Diagramm:

$$H_1 = 4,7 \cdot 23,81 \frac{A}{m} = 111,907 \frac{A}{m}$$

$$B_1 = 3,9 \cdot 0,064 \frac{Vs}{m^2} = 0,2496T$$

$$B_S = 0,248T$$

4.3. Vergleich. Man unterscheidet weichmagnetische und hartmagnetische Ferrite. Ob ein magnetischer Werkstoff eher weich- oder hartmagnetisch ist, lässt sich anhand seiner Hysteresiskurve ermitteln. Für weichmagnetische Ferrite wird eine möglichst leichte Magnetisierbarkeit (Remanenz) angestrebt, was einer schmalen Hysteresiskurve entspricht. Bei hartmagnetischen Ferriten ist dagegen eine möglichst hohe Koerzitivfeldstärke gefordert.

Aus unserer Messung erkennen wir, dass der verwendete Ferritkern weichmagnetischer als Eisen ist, da die Hysteresis im Vergleich viel flacher als die des Eisens ist. Die Ummagnetisierungsarbeit, die Koerzitivkraft, sowie die Remanenz sind beim Ferrit deutlich geringer.