VORBEREITUNG: LICHTGESCHWINDIGKEITSMESSUNG

FREYA GNAM, GRUPPE 26, DONNERSTAG

1. FOUCAULT-MICHELSONSCHE DREHSPIEGELMETHODE

Hier wird die Gruppengeschwindigleit des Lichtes gemessen.

Aufbau und Eigenschaften des Strahlengangs. Von der Laseraustrittsöffnung aus kommend fällt der Lichtstrahl auf einen Drehspiegel, von hier auf eine Sammellinse ($f = 5m$) und über einen Umlenkspiegel auf den Endspiel. Letzterer wirft den Strahl auf sich selbst zurück. Unabhängig von der Stellung des Drehspiegels gelangt der Strahl auf dem gleichen Weg wieder in den Spalt zurück, sofern der Drehspiegel in der gleichen Stellung verblieben ist.

Versetzt man den Drehspiegel jedoch in eine Rotation (Winkelgeschwindigkeit ω, so dreht sich der Drehspiegel in der Zeit Δt um den Winkel $\Delta\alpha = \omega\Delta t$ und der Strahl durchläuft unterdessen die Strecke $s = 2(d_2 + d_3)$. Auf seinem Rückweg wird der Strahl also durch den Drehspiegel um den Winkel $2\Delta\alpha$ abgelenkt. Zwischen Laseraustrittsöffnung und Drehspiegel wird ein Strahlteiler aufgestellt. Der abgelenkte Strahl trifft dann auf dem Schirm um die Strecke $\Delta s = 2\Delta\alpha d_1$ verschoben auf. Aus der Verschiebung Δs lässt sich der Winkel $\Delta\alpha = \frac{\Delta s}{2r}$ und bei bekannter Winkelgeschwindigkeit ω die Zeit $\Delta t = \frac{\Delta\alpha}{\omega}$ ermitteln.

Damit berechnet sich die Lichtgeschwindigkeit c zu:

$$c = \frac{s}{\Delta t} = \frac{2(d_2 + d_3)\omega}{\alpha} = \frac{4(d_2 + d_3)\omega d_1}{\Delta s}$$

Vorgegeben sind folgende Abstände:

TABELLE 1. Abstände

$d_1 \leq 6,80m$	Abstand Drehspiegel – Laser
$d_2 = 6,57m$	Abstand Umlenkspiegel – Drehspiegel
$d_3 = 7,23m$	Abstand Endspiegel – Umlenkspiegel

Den benötigten Abstand zwischen Drehspiegel und Laser berechnen wir mithilfe der allgemeinen Linsengleichung:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{f} &= \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \\
&= \frac{1}{d_1 + f} + \frac{1}{d_2 + d_3 - f} \\
d_1 &= \frac{f^2}{d_3 + d_2 - 2f} = 6,58m
\end{aligned}$$

Mit den angegebenen Daten und der vorgegebenen Rotationsfrequenz $\nu = 440Hz$ können wir einen Erwartungswert für die Verschiebung Δs berechnen:

$$\Delta s = \frac{4(d_2 + d_3)\omega d_1}{c} = 3,3mm$$

Justierung der Apperatur und Messung. Die Drehfrequenz des Motors des Drehspiegels wird nun auf die Frequenz $\nu = 440Hz$ eingestellt. Zur Abstimmung verwenden wir eine Stimmgabel der Frequenz $\nu = 440Hz$ und justieren die Drehfrequenz so, dass keine Schwebungen mehr zu hören sind.

Nun wird die Verschiebung Δs in Abhängigkeit von der Rotationsfrequenz des Drehspiegels bestimmt. Über eine durch lineare Regression gewonnene Ausgleichsgerade lässt sich die Lichtgeschwindigkeit c aus den Messwerten bestimmen.

2. PHASENVERGLEICHSMETHODE

Hier wird die Phasengeschwindigleit des Lichtes gemessen.

Vorbereitung. Dem Licht einer LED-Lampe wird eine bestimmte Frequenz aufmoduliert. Bei der Phasenvergleichsmethode wird die nach einer gewissen Laufzeit auftretende Phasenverschiebung zwischen Sender und Empfänger gemessen, um daraus die Lichtgeschwindigkeit c zu bestimmen.

Licht soll nun so moduliert werden, dass bei einem Laufweg von $d = 1m$ eine Phasenverschiebung von einem Zehntel der Periodendauer auftritt. Die Mindestfrequenz des Sendersignals bestimmt sich dann zu:

$$\begin{aligned} \frac{T}{10} &= \frac{d}{c} \\ f &= \frac{1}{T} \\ &= \frac{c}{10d} \\ &= \approx 30MHz \end{aligned}$$

Es tritt also eine deutliche Phasenverschiebung auf, wenn dem Licht der LED-Lampe eine Frequenz von mindestens $f = 30MHz$ aufmoduliert wird. Will man diese durch eine Verschiebung von $\Delta x = 5mm$ auf dem Oszilloskop sichtbar machen, so ergibt sich für die benötigte Ablenkgeschwindigkeit v des Oszilloskops:

$$v = \frac{\Delta x}{0,1T} = 10f\Delta x = 1,5\frac{m}{\mu s}$$

Ein herkömmliches Oszilloskop erreicht Geschwindigkeiten bis $V = 0,1\frac{m}{\mu s}$. Um ein Signal zu erhalten, dass auf dem Oszilloskop angezeigt werden kann, mischt man das zu untersuchende Signal der Form $a(t) = a\cos(\omega t + \varphi)$ multiplikativ mit einem Hilfssignal der Form $A(t) = A\cos(\Omega t)$. Damit ergibt sich:

$$a(t) = a\cos(\omega t + \varphi) \cdot A(t) = A\cos(\Omega t) = \frac{aA}{2}[\cos((\omega - \Omega)t + \varphi) + \cos((\omega + \Omega)t + \varphi)]$$

Dieses Signal hat einen hoch- und einen tieffrequenten Anteil, wobei der hochfrequente Anteil durch die Tiefpässe herausgefiltert wird. Die Phasenverschiebung φ bleibt erhalten. Allerdings entspricht sie durch die Änderung der Frequenz jetzt einer anderen Zeit.

$$
\begin{aligned}
\omega t &= -\varphi \\
(\omega - \Omega)t' &= -\varphi \\
\Rightarrow t' &= \frac{\omega}{\omega - \Omega} t \\
&= \frac{2\pi 60 MHz}{2\pi 0,1 MHz} t \\
&= 600t
\end{aligned}
$$

Die Phasenverschiebung entspricht nun einer um den Faktor 600 größeren Zeit. Entsprechend braucht man nur eine 600 mal kleinere Ablenkgeschwindigkeit am Oszilloskop.

Lichtgeschwindigkeits- und Brechzahlmessungen.

Messung der Lichtgeschwindigkeit in Luft. Über die Messung der Phasenverschiebung in Abhängigkeit von der eingestellten Weglänge lässt sich die Lichtgeschwindigkeit in Luft bestimmen:

$$
c = \frac{d}{\Delta t'} \frac{\omega}{\omega - \Omega} = \frac{d}{\Delta t}
$$

Messung der Brechzahl im Medium. Lässt man den Strahlengang über die Strecke x in einem Medium (Wasser, Plexiglas) verlaufen, so kann man aus der Messung der Laufzeitdifferenz die Brechzahl des Mediums bestimmen:

$$
\begin{aligned}
\Delta t &= \frac{d - x}{c} + \frac{x}{c'} \\
\Rightarrow c' &= \frac{x}{\Delta t - \frac{d-x}{c}} \\
\Rightarrow n &= \frac{c}{c'} \\
&= \frac{\frac{\omega - \Omega}{\omega} \Delta t' c - d}{x} + 1
\end{aligned}
$$

Messung mithilfe von Lissajous-Figuren. Wir schalten nun das Oszilloskop auf X-Y-Darstellung um und schließen zwei Signale gleicher Frequenz an. Für die verschiedenen Phasenverschiebungen ergeben sich charakteristische Figuren (Gerade, Ellipse). Die Phasenverschiebung kann man bestimmen, indem man misst, in welchen Abständen gleiche Figuren auftauchen. Ersetzt man wieder eine Weglänge x durch ein Medium mit $n \neq 1$, so kann eine Brechzahlmessung vorgenommen werden.