

AUSWERTUNG: SCHWINGUNGEN, RESONANZVERHALTEN

TOBIAS FREY & FREYA GNAM, GRUPPE 26, DONNERSTAG

1. AUFGABE 1

An das Winkel-Zeit-Diagramm (Abb. 1) haben wir eine einhüllende e-Funktion der Form $e = Ae^{\beta t}$ angelegt. Diese Abschätzung geht von einer gedämpften harmonischen Schwingung aus, bei der nur geschwindigkeitsproportionale Reibung auftritt. Nach der “fit by eye”-Methode schätzen wir ab: $\beta \approx 0,023$. Diese Näherung gibt die Einhüllende für die ersten Perioden gut wider, weicht dann aber bald recht stark ab. Durch eine e-Funktion der oben genannten Form lässt sich unser Messdiagramm also nicht exakt einhüllen. Es ist daher anzunehmen, dass die Abweichung dadurch verursacht wird, dass zusätzlich nicht geschwindigkeitsproportionale Reibung auftritt.

Das Trägheitsmoment des Pendels schätzen wir ab zu

$$\Omega = mr^2 \approx 1,4 \cdot 10^{-3} m^2 kg \text{ mit } m = \rho_{Kupfer} \pi h (r_a^2 - r_i^2)$$

2. AUFGABE 2

Korrigierte Dämpfungskonstanten. Mit der “fit by eye” Methode bestimmen wir β_{I_B} , damit ergibt sich

$$\beta_{korr}(I_B) = \beta(I_B) - \beta(0)$$

TABELLE 1. korrigierte Dämpfungskonstanten

$I_B [mA]$	$\beta(I_B) [\frac{1}{s}]$	$\beta_{korr} [\frac{1}{s}]$
0	0,023	0
100	0,031	0,008
200	0,051	0,028
400	0,19	0,167
700	0,42	0,397

Dämpfungsverhältnis. Das Dämpfungsverhältnis bestimmt sich zu $k = \sqrt[n]{\frac{\phi_0}{\phi_n}}$:

$$\begin{aligned} k_{100} &= \sqrt[10]{\frac{1,56}{0,87}} = 1,059 \\ k_{200} &= \sqrt[7]{\frac{1,41}{0,71}} = 1,104 \\ k_{400} &= \sqrt[3]{\frac{1,20}{0,29}} = 1,605 \\ k_{700} &= \sqrt[3]{\frac{1,16}{0,10}} = 2,253 \end{aligned}$$

Berechnung der Dämpfungskonstanten aus dem Dämpfungsverhältnis. Die Dämpfungskonstante berechnet sich zu $\beta = \frac{\ln k}{T}$.

TABELLE 2. Dämpfungskonstanten

$I_B[mA]$	$T[s]$	$\beta[\frac{1}{s}]$	Abweichung vom gemessenen Wert [%]
100	2	0,029	7
200	2	0,049	4
400	2	0,236	21
700	2	0,406	3

Es lässt sich keine I_B -Abhängigkeit von T feststellen. Diese Beobachtung ist in Übereinstimmung mit dem Zusammenhang $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{\Omega}{D^*}}$, der zeigt dass keine Abhängigkeit von der Dämpfung auftritt. Diese wirkt sich lediglich auf die Amplitude aus, nicht aber auf die Periodendauer.

Die Dämpfung β ist abhängig von der Leistung der Spule $P = UI = RI^2$. Man kann also vermuten, dass $\beta = \text{const} \cdot I_B^2$. Diese Vermutung bestätigt sich, wenn man $\sqrt{\beta_{\text{korr}}}$ über dem Bremsstrom I_B aufträgt (Abb. 9).

Gütefaktor für verschiedene Bremsströme. Im Resonanzbereich gilt: $Q(I_B) = \frac{\omega_0}{2\beta}$.

TABELLE 3. Gütefaktoren

$I_B[mA]$	Q
100	50,67
200	30,80
400	8,27
700	3,74

3. AUFGABE 3

Wir befestigen ein Gewicht der Masse $m = 10,6g$ am Drehpendel und erhalten eine Auslenkung von $\phi = 0,44$. Damit ergibt sich eine Winkelrichtgröße von $D^* = \frac{m g r_a}{\phi} = 0,022 Nm$.

Das in Aufgabe 1 auf $\Omega = 1,4 \cdot 10^{-3} m^2 kg$ abgeschätzte Trägheitsmoment berechnen wir zu $\Omega = \frac{D^*}{\omega_0^2} = \frac{D^* T(0)^2}{4\pi^2} = 2,2 \cdot 10^{-3} m^2 kg$. Die Abweichung ist mit also mit 43% relativ groß. Zum einen ist die in Aufgabe 1 getroffene Abschätzung ziemlich grob, zum anderen kann auch unsere Messung verfälscht sein, da die Auslenkung eventuell durch einen halb abgelösten Tesafilm-Streifen behindert wurde (diesen haben wir bei der Durchführung der Messungen zu Aufgabe 4 bemerkt).

4. AUFGABE 4

Beim Aufnehmen der Werte für die Resonanzkurve, sind wir auf einige durch den Versuchsaufbau bedingte Schwierigkeiten gestoßen. So wurde die Messung zwischenzeitig dadurch verfälscht, dass sich ein Tesafilm-Streifen halb vom Rad gelöst hatte und die Bewegung zusätzlich abbremste. Bei der Messung mit einem Bremsstrom von $I_B = 200mA$ schlug das am Pendel angebrachte Gewicht auf dem Boden an, sobald wir der Resonanzfrequenz nahe kamen. Deswegen konnten wir den Wert für die Amplitude im Resonanzfall nur grob abschätzen. So erklärt sich auch die große Abweichung zum in Aufgabe 2 berechneten Gütefaktor.

Wir lesen die Resonanzbreite b im Diagramm ab und berechnen die Güte gemäß $Q = \frac{\omega_0}{b}$. Für den Bremsstrom von $I_B = 400mA$ ist die Abweichung ebenfalls recht groß, dies liegt wahrscheinlich daran, dass wir nur wenige Messungen vor allem im – für den Kurvenverlauf besonders wichtigen – Resonanzbereich gemacht haben.

TABELLE 4. Gütefaktoren

$I_B [mA]$	b	Q	Abweichung vom Wert aus Aufgabe 2 [%]
200	0,15	20,94	47
400	0,3	10,47	27

Der theoretische Wert für die Phasenverschiebung ψ wird beschrieben durch die Funktion $\psi = \arctan \frac{-2\beta\omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}$. Unsere Beobachtungen decken sich hiermit: Weit unterhalb der Resonanzfrequenz ist kaum eine Phasenverschiebung zu erkennen, während die Phasendifferenz bei der Resonanzfrequenz etwa $\psi = \frac{\pi}{2}$ beträgt und darüber bis auf $\psi = \pi$ zunimmt.

5. AUFGABE 5

Wir haben für drei unterschiedliche Widerstände Resonanzkurven $I(\omega)$ aufgenommen. Zur Bestimmung der Güte nach $Q = \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$ haben wir die Resonanzbreite abgelesen und ω_0 bestimmt. Teilweise war das Ablesen der Resonanzbreite recht schwierig, es sind sicher Ablesefehler aufgetreten. Dadurch erklären sich die Abweichungen. Zudem haben wir die Güte über die Resonanzüberhöhung an Spule und Kondensator bestimmt: $Q = \frac{U_{max}}{U_0}$.

TABELLE 5. Gütefaktoren beim Schwingkreis

$R(\Omega)$	$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$	$Q = \frac{U_{max}}{U_0}$	Abweichung
8,2	12,0	14,76	23
47	4,9	5,7	16
100	2,8	3,07	9

Das Minimum der Impedanzkurve tritt nicht bei der gleichen Frequenz wie das Maximum der Resonanzkurve. Wir nehmen an, dass der Kondensator nicht die im Aufgabenblatt angegebene Kapazität besitzt, sondern von dieser abweicht. Das wäre bei einem industriell gefertigten Kondensator durchaus möglich. Dadurch lässt sich die Verschiebung des Impedanzminimums gegenüber der Resonanzfrequenz erklären.

6. ABBILDUNGEN

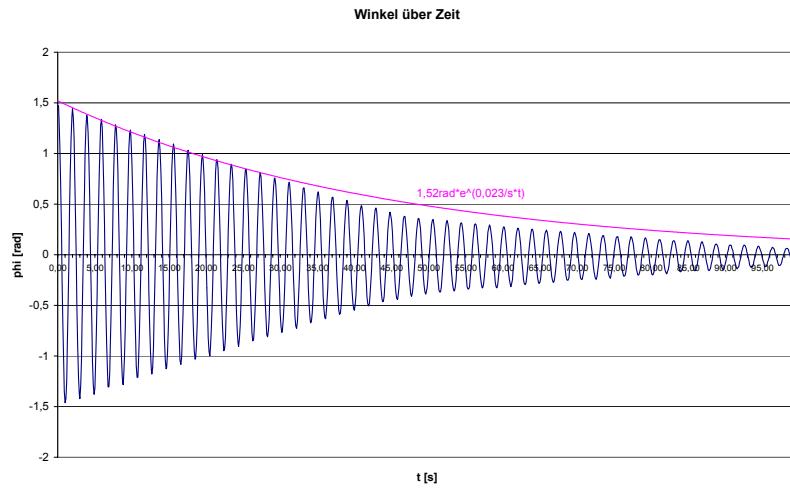


ABBILDUNG 1. A1: Winkel-Zeit-Diagramm mit einhüllender e-Funktion

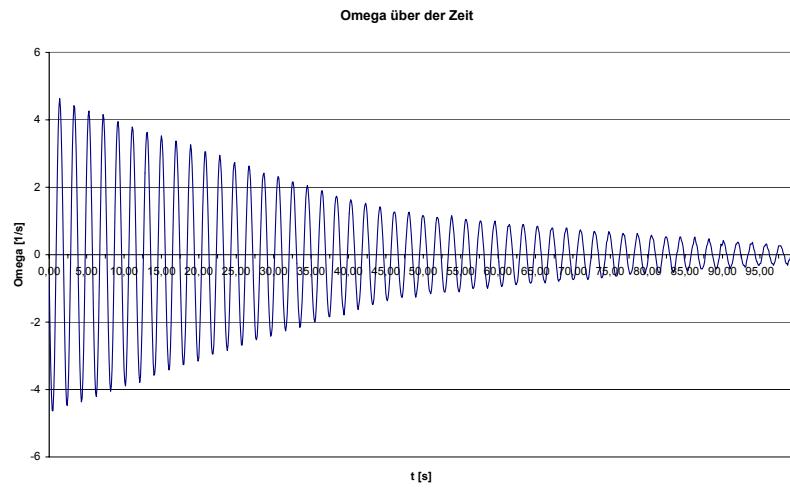


ABBILDUNG 2. A1: Winkelgeschwindigkeit-Zeit-Verlauf

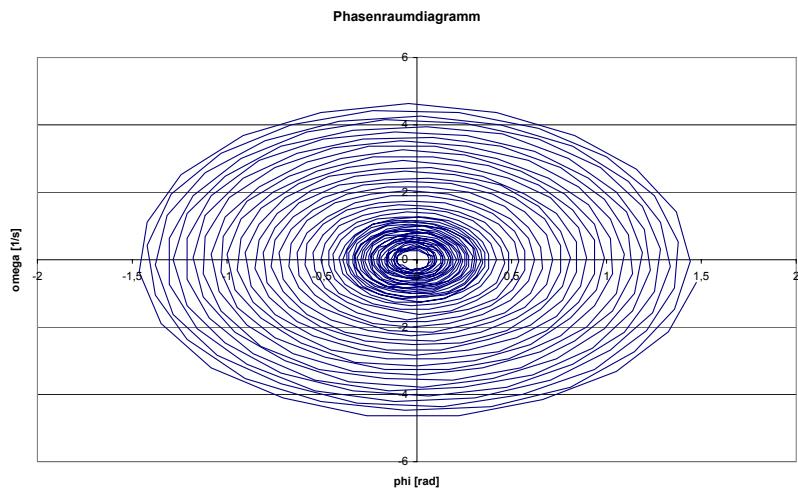


ABBILDUNG 3. A1: Phasenraumdiagramm

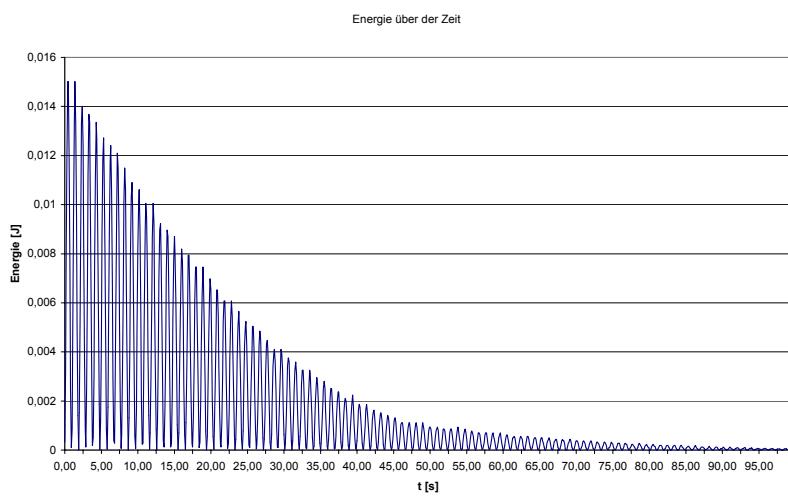


ABBILDUNG 4. A1: Energie-Zeit-Verlauf

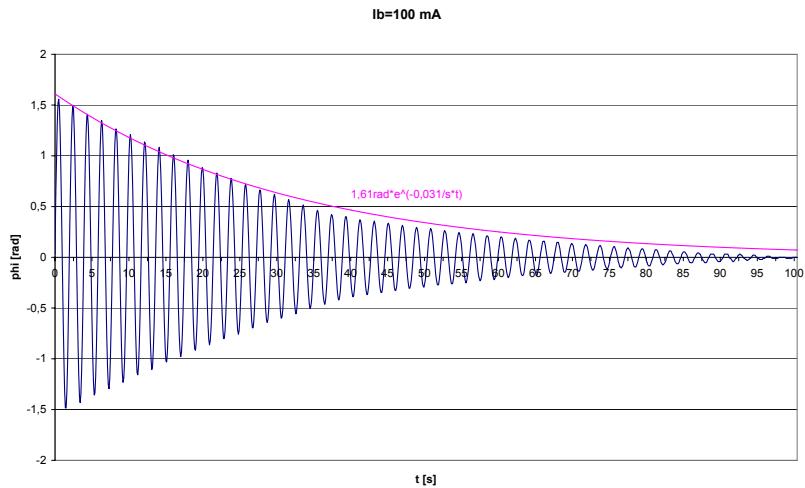


ABBILDUNG 5. A2: Winkel-Zeit-Diagramm für $I_B = 100mA$

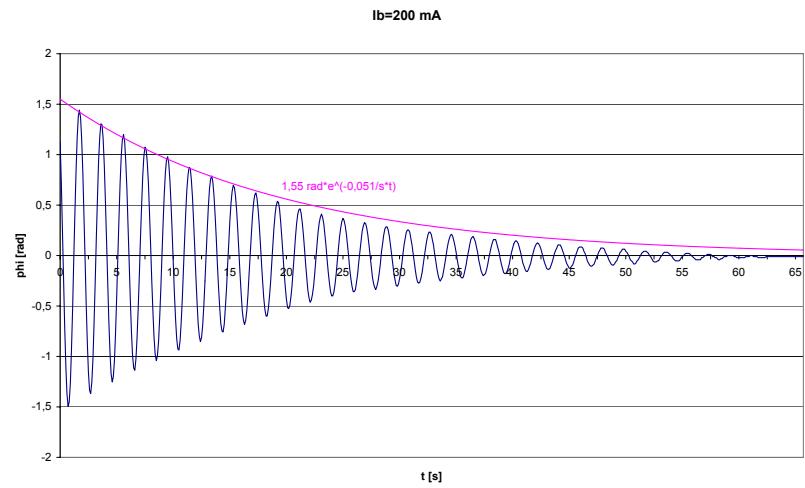


ABBILDUNG 6. A2: Winkel-Zeit-Diagramm für $I_B = 200mA$

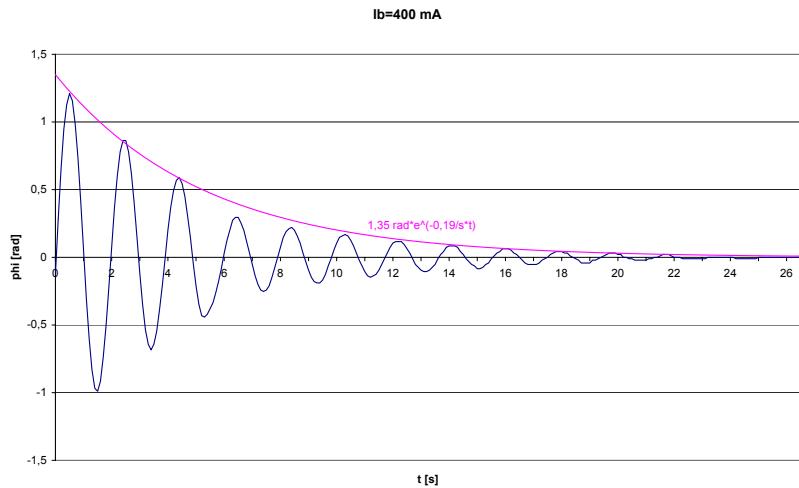


ABBILDUNG 7. A2: Winkel-Zeit-Diagramm für $I_B = 400mA$

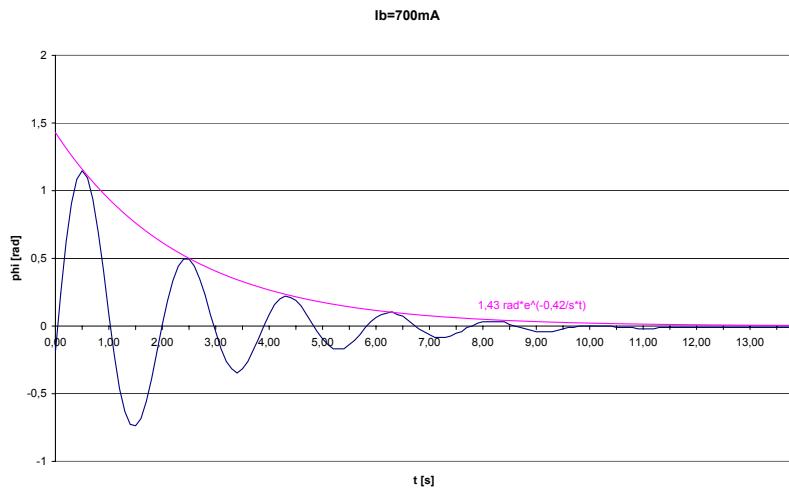


ABBILDUNG 8. A2: Winkel-Zeit-Diagramm für $I_B = 700mA$

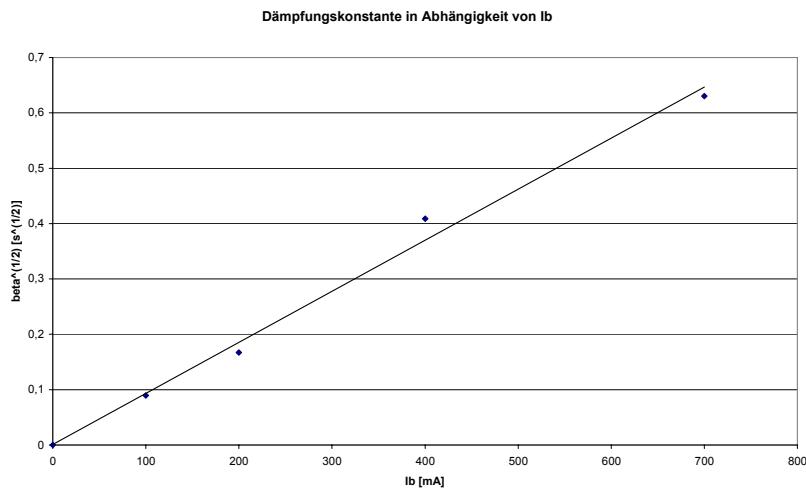


ABBILDUNG 9. A2: Dämpfungs-Bremsstrom-Diagramm

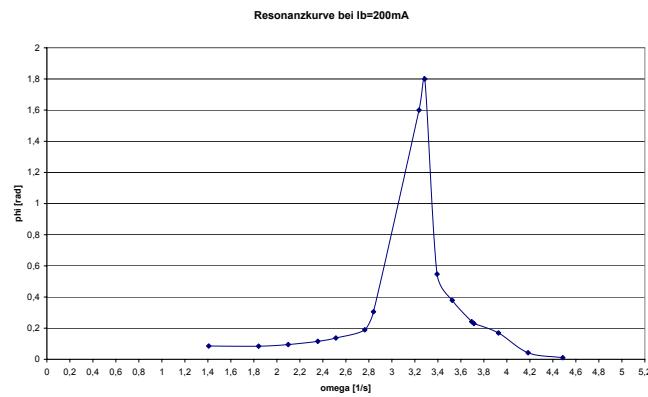


ABBILDUNG 10. A4: Resonanzkurve für $I_B = 200mA$

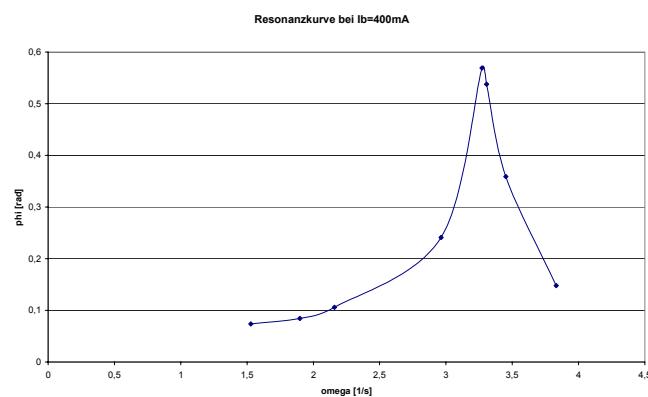


ABBILDUNG 11. A4: Resonanzkurve für $I_B = 400mA$

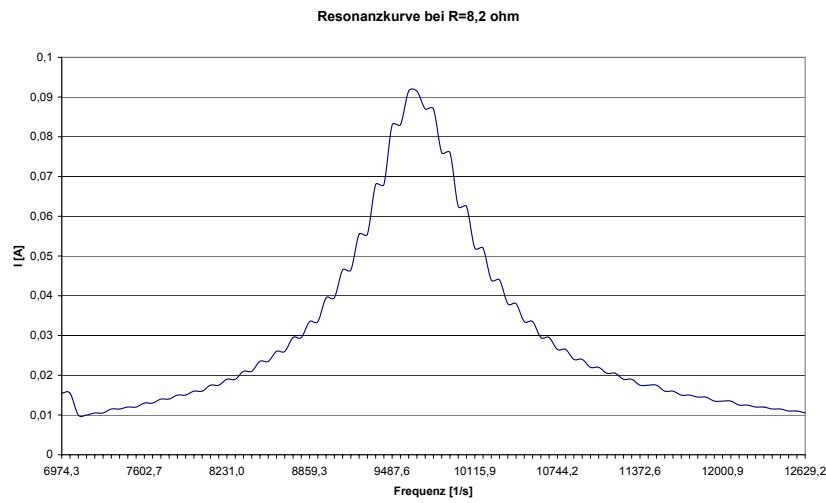


ABBILDUNG 12. A5: Resonanzkurve für $R = 8,2\Omega$

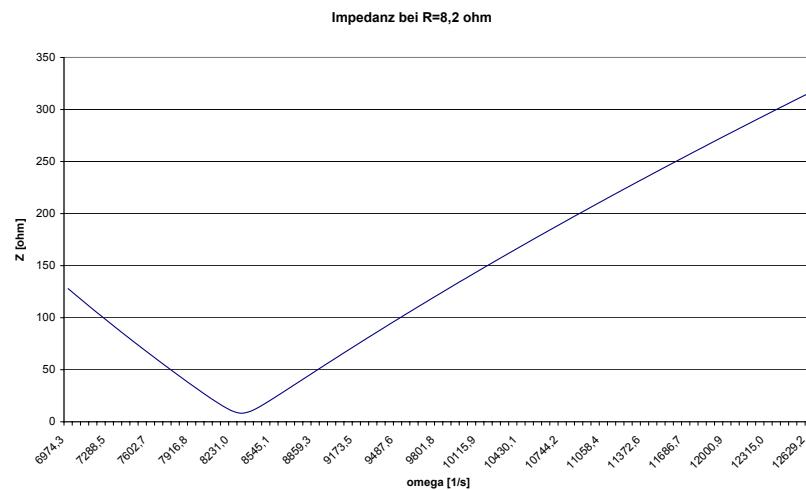


ABBILDUNG 13. A2: Impedanz für $R = 8,2\Omega$

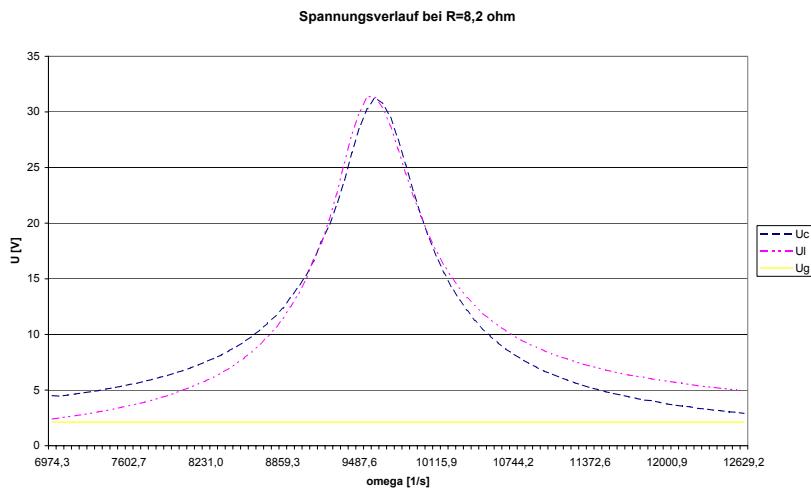


ABBILDUNG 14. A5: Spannungsverlauf für $R = 8,2\Omega$

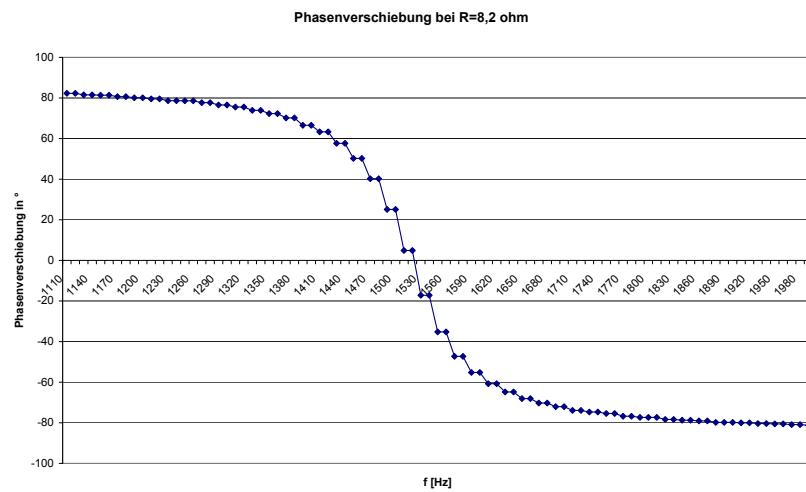


ABBILDUNG 15. A2: Phasenverschiebung für $R = 8,2\Omega$

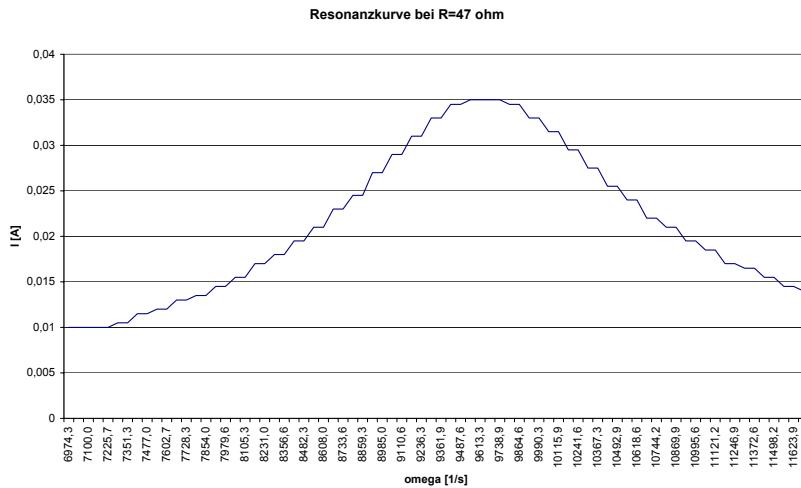


ABBILDUNG 16. A5: Resonanzkurve für $R = 47\Omega$

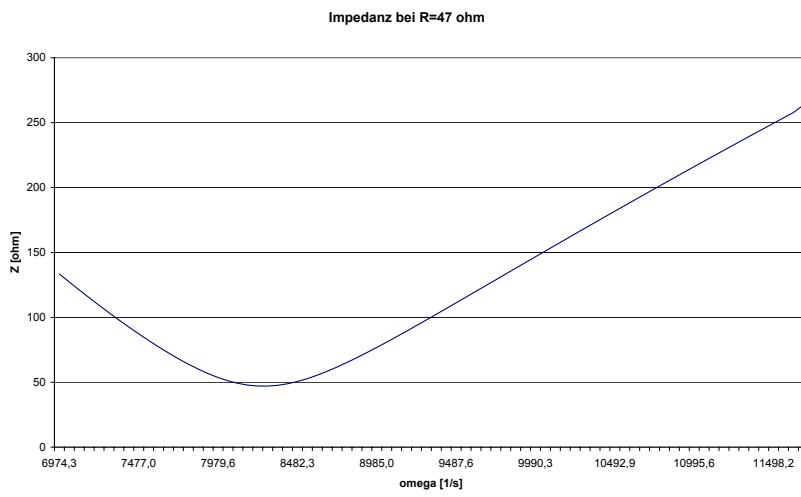


ABBILDUNG 17. A2: Impedanz für $R = 47\Omega$

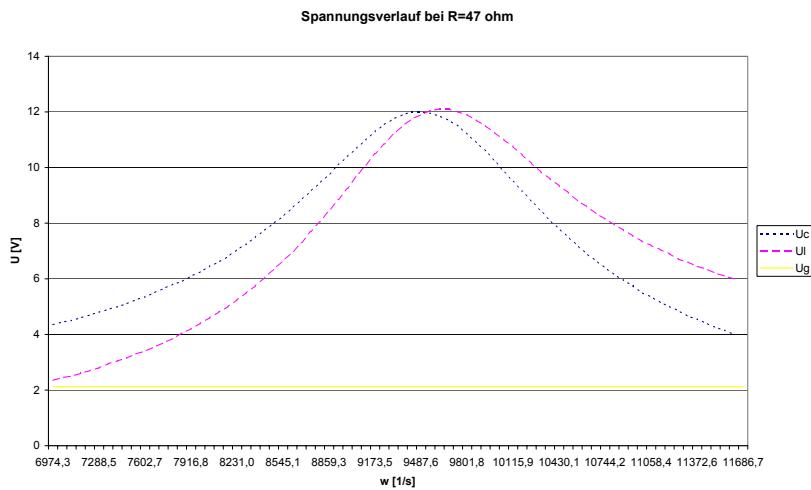


ABBILDUNG 18. A5: Spannungsverlauf für $R = 47\Omega$

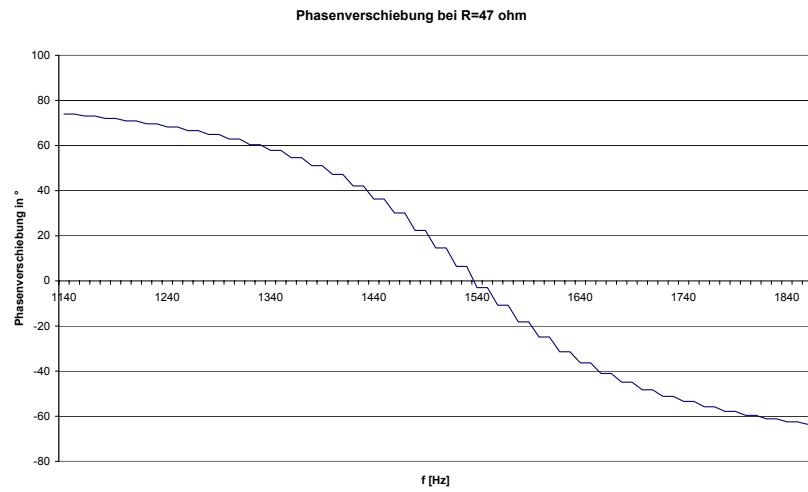


ABBILDUNG 19. A2: Phasenverschiebung für $R = 47\Omega$

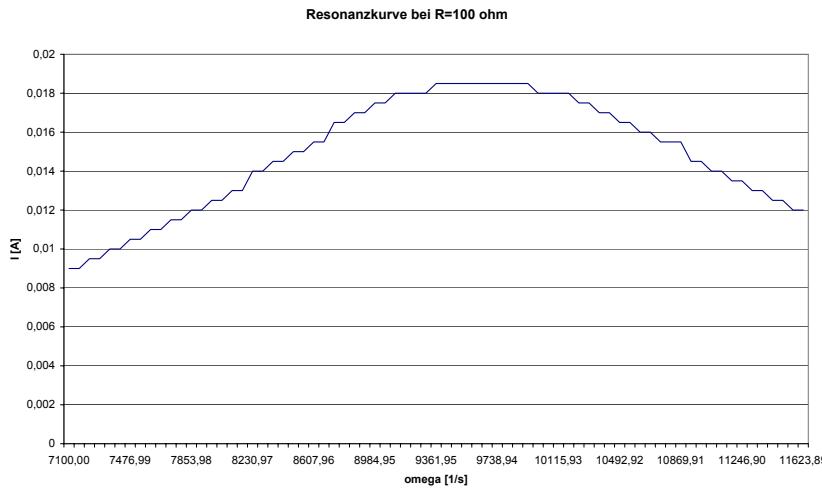


ABBILDUNG 20. A5: Resonanzkurve für $R = 100\Omega$

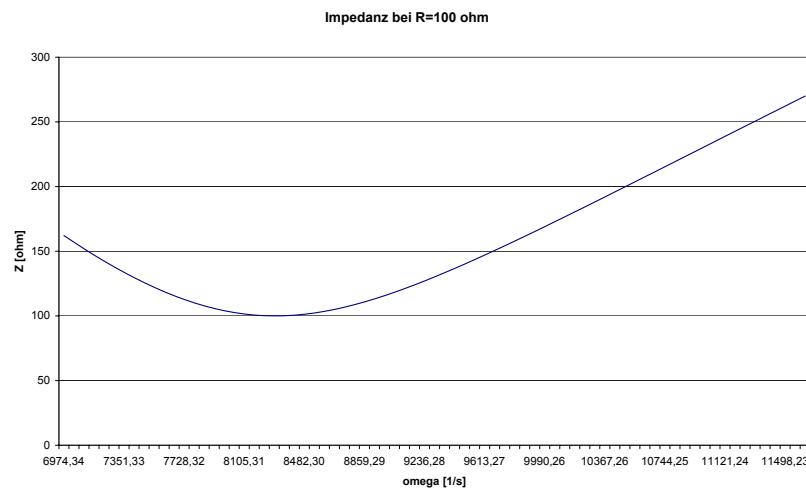


ABBILDUNG 21. A2: Impedanz für $R = 100\Omega$

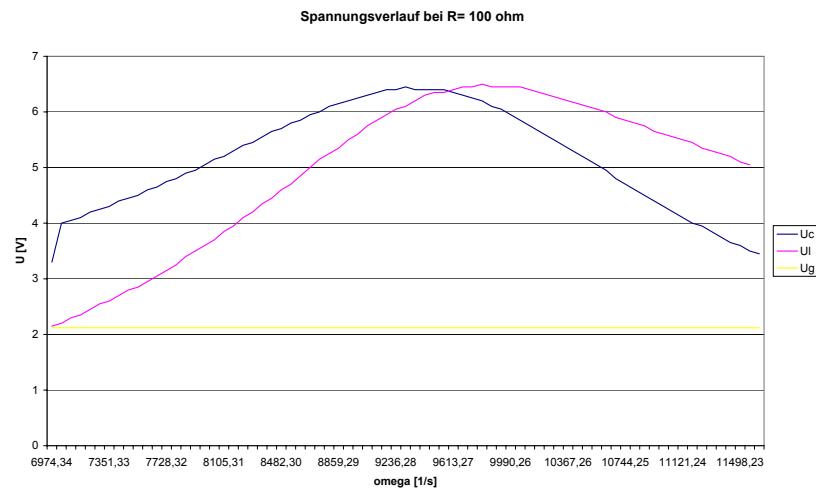


ABBILDUNG 22. A5: Spannungsverlauf für $R = 100\Omega$

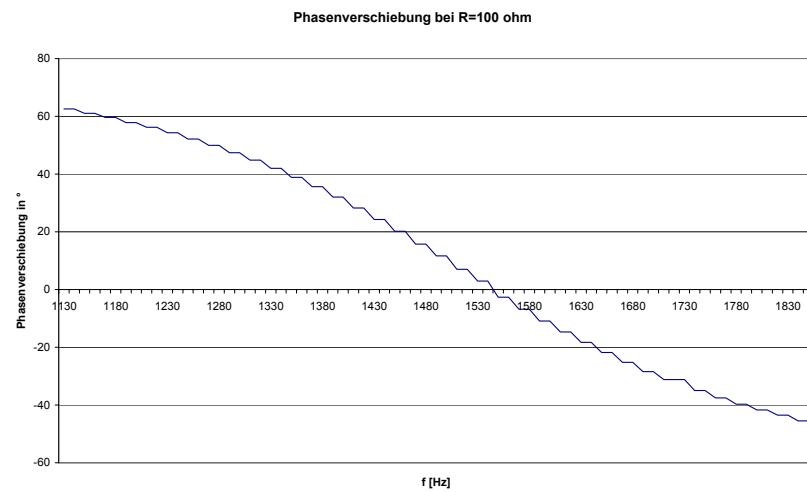


ABBILDUNG 23. A2: Phasenverschiebung für $R = 100\Omega$