

AUSWERTUNG: γ -SPEKTROSKOPIE UND STATISTIK

TOBIAS FREY, FREYA GNAM

1. IMPULSHÖHENSPEKTREN

Bei diesem Versuch haben wir die Impulshöhenspektren verschiedener radioaktiver Präparate aufgenommen.

1.1. Messung des Impulshöhenspektrums der γ -Strahlung von Cs-137 mit einem Einkanal-Impuls-Höhenanalysator (Fensterdiskriminator). Mithilfe des Cassy Interfaces haben wir im Einkanalbetrieb ein Impulshöhenspektrum von Cs-137 aufgenommen und uns so mit dem Programm vertraut gemacht.

ABBILDUNG 1. Impulshöhenspektrum von Cs-137

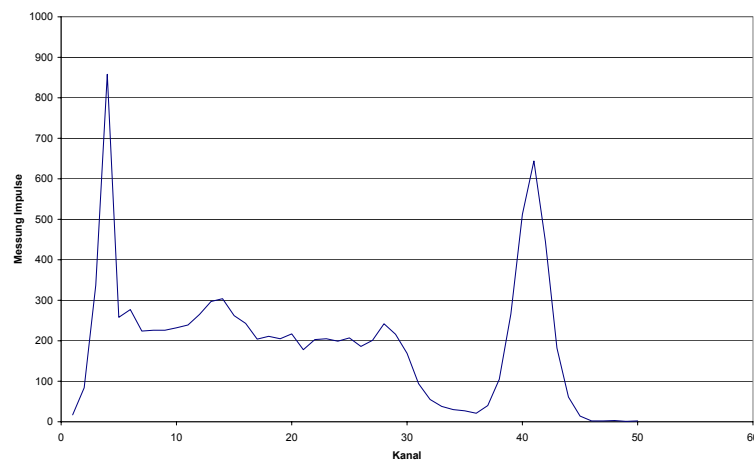
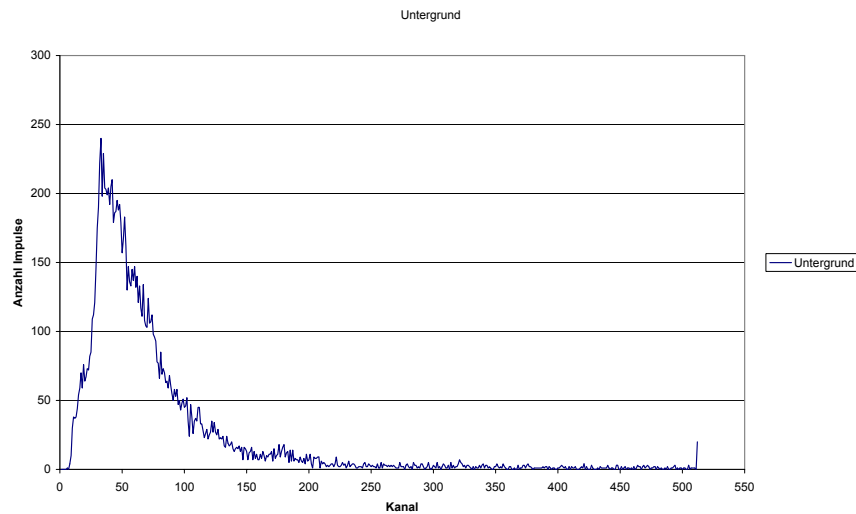


ABBILDUNG 2. Untergrundspektrum



1.2. Messung des Impulshöhenspektrums der γ -Strahlung und der Untergrundspektren verschiedener Materialien mit 512-Kanal-Impulshöhenanalysator. Der Messbereich ist in diesem Versuch in 512 gleiche Teile unterteilt, die durch den 512-Kanal-Impulshöhenanalysator gleichzeitig gemessen werden können. Zunächst haben wir den Verstärkungsfaktor des Photomultipliers so angepasst, dass für Co-60 der dynamische Bereich des Detektors optimal genutzt wird. Die Spannung für den Photonenmultiplier betrug $U = 514 \text{ V}$. Die Messdauer wurde auf 500 s eingestellt.

Für Co-60 haben wir die Verstärkung so eingestellt, dass wir die 5 V des Fensterdiskriminators voll ausnutzen konnten. Es ist zweckmäßig mit der Messung von Co-60 zu beginnen, da dies der stärkste Strahler ist und die beiden anderen schwächeren Präparate dann in der gleichen Skala gemessen werden können. Wir haben dann die Spektren für Co-16, Cs-137 und Na-22 aufgezeichnet und dabei den Verstärkungsfaktor des Photomultipliers konstant gehalten.

Des weiteren haben wir ein Spektrum ohne Strahlungsquelle aufgenommen, mit dem die Spektren bezüglich der Untergrundstrahlung korrigiert werden können.

ABBILDUNG 3. Spektrum von Cs-137

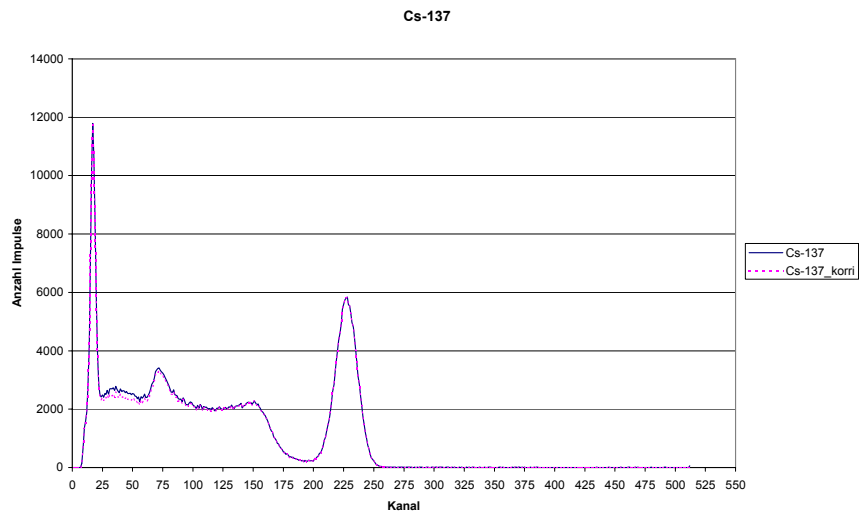


ABBILDUNG 4. Spektrum von Co-60

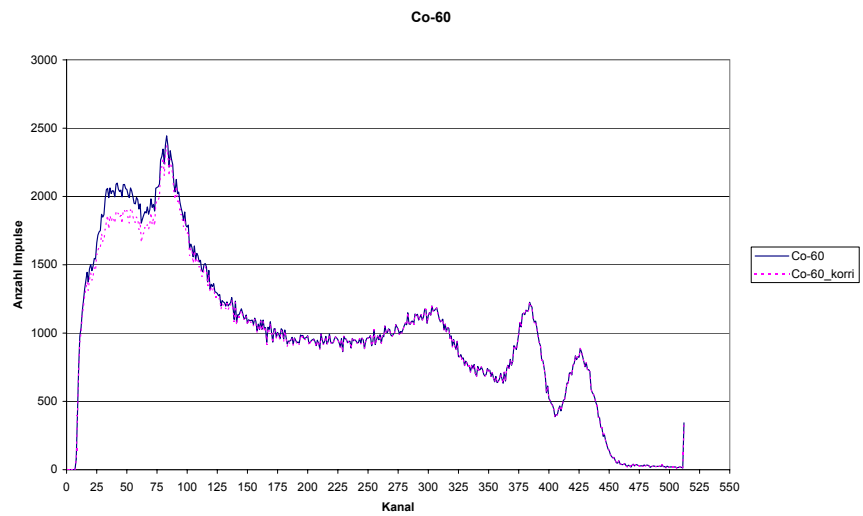
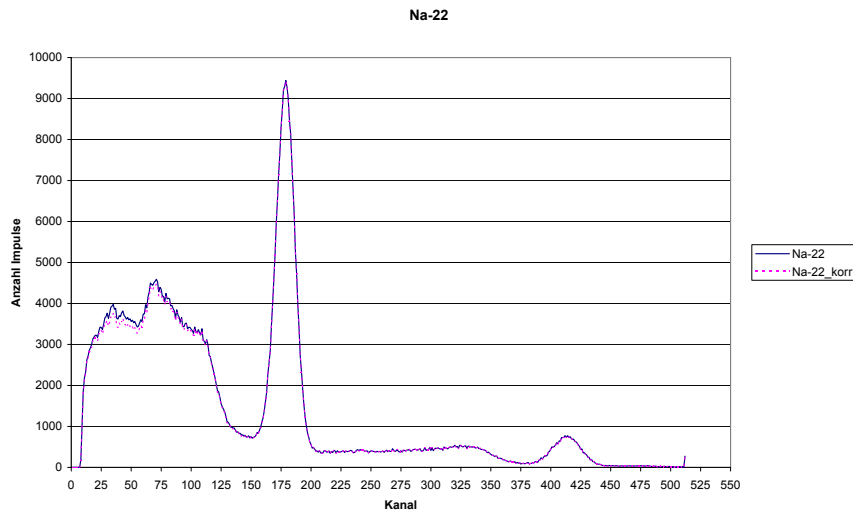


ABBILDUNG 5. Spektrum von Na-22

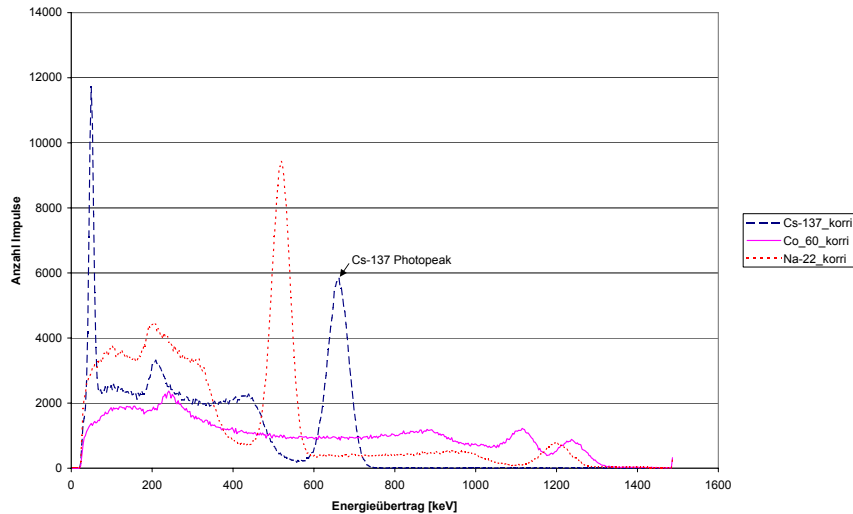


1.3. Deutung der erhaltenen Impulshöhenspektren. Anhand des aufgenommenen Spektrums von $Cs-137$ haben wir die Energien der γ -Quanten geeicht. Der Photopeak von $Cs-137$ entspricht einer Energie von 662 keV. Die Position dieses Photopeaks haben wir in relativen Einheiten bestimmt.

Spektrum von Cs-137.

- 1) Photopeak:
 - theoretischer Wert: $E_\gamma = 662 \text{ keV}$
 - gemessener Wert: 662 keV (Eichmarke)
- 2) Comptonkante:
 - theoretischer Wert: $E_C = 477 \text{ keV}$
 - gemessener Wert: 447,1 keV (Abweichung: 6,2%)
- 3) Rückstreupeak:
 - theoretischer Wert: $E_R = 185 \text{ keV}$
 - gemessener Wert: 209,1 keV (Abweichung: 13%)

ABBILDUNG 6. Übersicht



Spektrum von Co-60.

1) Photopeak:

In diesem Spektrum gibt es zwei Photopeaks.

- theoretische Werte: $E_{\gamma,(1)} = 1178 \text{ keV}$ $E_{\gamma,(2)} = 1333 \text{ keV}$
- gemessene Werte:
 - (1) 1114,9 keV (Abweichung: 5,4%)
 - (2) 1236,9 keV (Abweichung: 7,2%)

2) Comptonkante:

Dementsprechend gibt es auch zwei Comptonkanten.

- theoretische Wert: $E_{C,(1)} = 968 \text{ keV}$ $E_{C,(2)} = 1118 \text{ keV}$
- gemessene Wert:
 - (1) 888,5 keV (Abweichung: 8,2%)
 - (2) 1114,9 keV (Abweichung: 0,3%)

3) Rückstreupeak:

- theoretischer Wert: $E_R = 212,5 \text{ keV}$ ¹
- gemessener Wert: 241,0 keV (Abweichung: 13,4%)

Hier sind die Peaks insgesamt weniger ausgeprägt. Der 1. Photopeak überlagert sich mit der 2. Comptonkante, so dass sie nicht mehr zu unterscheiden sind.

¹Berechnet über Mittelwert von $E_{R,1}$ und $E_{R,2}$

Spektrum von Na-22.

1) Photopeak:

- theoretische Werte: $E_{\gamma,(1)} = 511 \text{ keV}$ $E_{\gamma,(2)} = 1275 \text{ keV}$
- gemessene Werte:
 - (1) 519, 7 keV (Abweichung: 1, 7%)
 - (2) 1196, 3 keV (Abweichung: 6, 2%)

2) Comptonkante:

- theoretische Wert: $E_{C,(1)} = 340 \text{ keV}$ $E_{C,(2)} = 1062 \text{ keV}$
- gemessene Wert:
 - (1) 328, 1 keV (Abweichung: 3, 5%)
 - (2) 984, 3 keV (Abweichung: 7, 3%)

3) Rückstreupeak:

- theoretischer Wert: $E_R = 192 \text{ keV}$ (Berechnung über Mittelwert von $E_{R,1}$ und $E_{R,2}$.)
- gemessener Wert: 206, 2 keV (Abweichung: 7, 4%)

Die Verschmierung der aufgenommenen Spektren ist durch statistische Effekte zu erklären. Die Messung hat eine gewisse Totzeit, während derer die Wechselwirkungen nicht registriert werden. Es kann aber auch passieren, dass zwei Wechselwirkungen gleichzeitig stattfinden und damit die gemessene Energie doppelt so hoch ist, wie bei einer einzelnen Wechselwirkung. Es kann auch vorkommen, dass das Szintillationslicht am Kristallrand nur ungenügend reflektiert wird oder dass manche γ -Quanten mehrfach reflektiert werden. Teilweise werden Elektronen auch durch thermische Emission ausgelöst.

Mit der Halbwertsbreite der Photolinie ΔE und dem Auflösungsvermögen des Spektrums $\frac{\Delta E}{E}$ lässt sich die Zahl N der tatsächlich auftreffenden Elektronen bestimmen. Für unsere gemessenen Halbwertsbreiten der Photolinie von Cs-137 ergibt sich:

$$N = \left(\frac{E}{\Delta E} \right)^2 = \left(\frac{662 \text{ keV}}{52,3 \text{ keV}} \right)^2 = 160$$

Die Linearität der Apparatur überprüfen wir anhand der Addition von gemessenem Rückstreupeak und Comptonkante bei Cs-137. Mit einem Wert von 662 keV erhalten wir genau die gemessene Energie des Photopeaks. Es handelt sich also um eine lineare Apparatur.

2. AKTIVITÄT DES CS-137 PRÄPARATS

Um die Aktivität A des Cs-137 Präparats zu bestimmen haben wir mit verschiedenen Abständen zwischen Probe und Detektor die Anzahl der Impulse während einer Messzeit von 10s gemessen. Der Faktor q gibt an mit welcher Wahrscheinlichkeit Photonen nachgewiesen werden und kann aus dem Diagramm in der Vorbereitungshilfe ermittelt

werden. q ist abhängig vom Abstand Quelle-Detektor und von der Energie des Photons (hier Cs-137 mit $E = 662 \text{ keV}$).

Die Zählrate gibt die Anzahl der Impulse pro Zeiteinheit an: $n = \frac{N}{t}$. Nur 92% der Impulse werden detektiert. Wenn man dies berücksichtigt, erhält man eine korrigierte Zählrate: $n_{\text{kor}} = \frac{N}{t} \frac{1}{0,92}$. Aufgrund der hohen Zählraten kann die Untergrundstrahlung vernachlässigt werden.

TABELLE 1. Zählrate und Aktivität

Abstand	q	Zählrate	Zählrate korrigiert	Aktivität
1 cm	0,05	3627,7	3943,2	78864 Bq
2 cm	0,02	2340,8	2544,6	127230 Bq
6 cm	0,004	380,0	413,0	103250 Bq

Die Aktivität des Präparates kann nun als Mittelwert der berechneten Mittelwerte ausgerechnet werden. Somit ergibt sich nach unserer Messung für die Aktivität $A = 103115 \text{ Bq}$.

Mögliche Fehlerquellen bei der Messung:

Abstand: Die Einstellung und Messung des Abstandes ist mit einer großen Ungenauigkeit behaftet.

Ausrichtung der Quelle: Die Ausrichtung der Quelle gegen den Detektor, war nicht bei jeder Messung gleich.

3. STATISTIK

3.1. Statistische Verteilung von gemessenen Ereigniszahlen unter gleichen Bedingungen. Mit Cassy haben wir im 256-Kanalbetrieb bei einer Messzeit von einer Sekunde 150 Spektren zur statistischen Auswertung aufgezeichnet.

Die statistischen Auswertungsmethoden, die in der Vorbereitung diskutiert wurden, wenden wir nun auf eine Häufigkeitsverteilung an, die aus einer Stichprobe von Kanälen erstellt wird. Wir haben zwei verschiedene Methoden verwendet:

- Integration über die Zählraten aus einem Teil des Spektrums mit etwa drei Zerfällen pro Zeiteinheit. Die Stichprobe wurde so gewählt, dass sich, wenn man den Mittelwert von ca. 3 Ereignissen pro Spektrum ergibt, wenn man die Summe der Ereignisse für alle Kanäle der Stichprobe berechnet.
- Summation über die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren mit etwa 25 Zerfällen pro Zeiteinheit.

3.2. Statistische Auswertung (Mittelwert und Standardabweichung). Für die beiden Stichproben aus Aufgabe 3.1 werden der Mittelwert x_m , die Standardabweichung s der Einzelmesswerte und die Standardabweichung s_{x_m} des Mittelwertes bestimmt.

Summation über die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren.

Mittelwert:

$$x_m = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 24,95$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2} = 7,93$$

Standardabweichung des Mittelwerts:

$$s_{x_m} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2} = 0,64$$

Integration über die Zählraten aus einem Teil des Spektrums.

Mittelwert:

$$x_m = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = 3,21$$

Standardabweichung:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2} = 2,22$$

Standardabweichung des Mittelwerts:

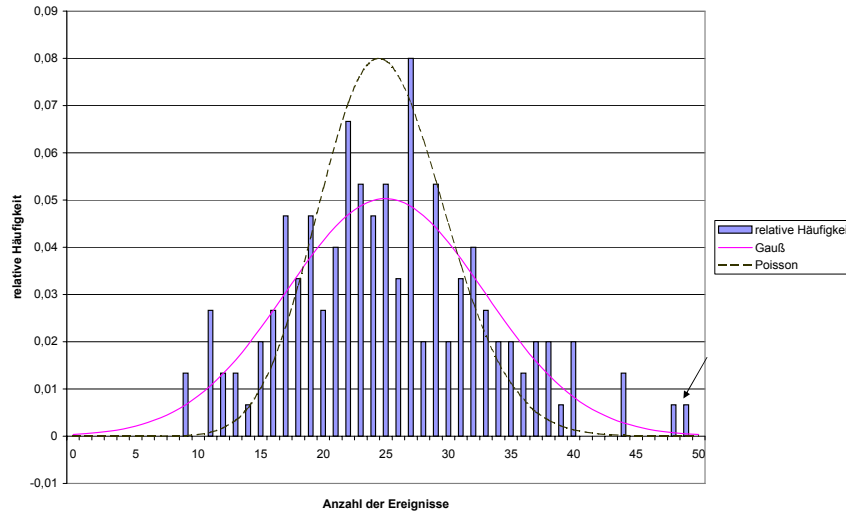
$$s_{x_m} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - x_m)^2} = 0,18$$

Bedingung für Poissonverteilung. Damit eine Poissonverteilung vorliegt, muss die Standardabweichung der Einzelmeßwerte gleich der Wurzel über dem Mittelwert s sein:

Bei der Summation über die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren beträgt die Wurzel des Mittelwertes ca. 5 und weicht somit um 37% von der Standardabweichung ab. Diese Abweichung rührt von den zwei im Diagramm mit einem Pfeil gekennzeichneten Peaks her.

Bei der Integration über die Zählraten aus einem Teil des Spektrums beträgt die Wurzel des Mittelwertes ca. 1,8 und weicht somit um 19,4% von der Standardabweichung ab. Auch hier ist ein einzelner Peak bei 12 Ereignissen für die hohe Abweichung verantwortlich.

ABBILDUNG 7. Summation über die Gesamtzählrate der einzelnen Spektren mit etwa 25 Zerfällen pro Zeiteinheit



3.3. Graphische Darstellung als Häufigkeitsverteilung. Die Stichproben werden als Häufigkeitsverteilung graphisch dargestellt. Mithilfe der in 3.2 berechneten Werte haben wir die zugehörige Normalverteilung sowie Poissonverteilung in dasselbe Diagramm eingetragen.

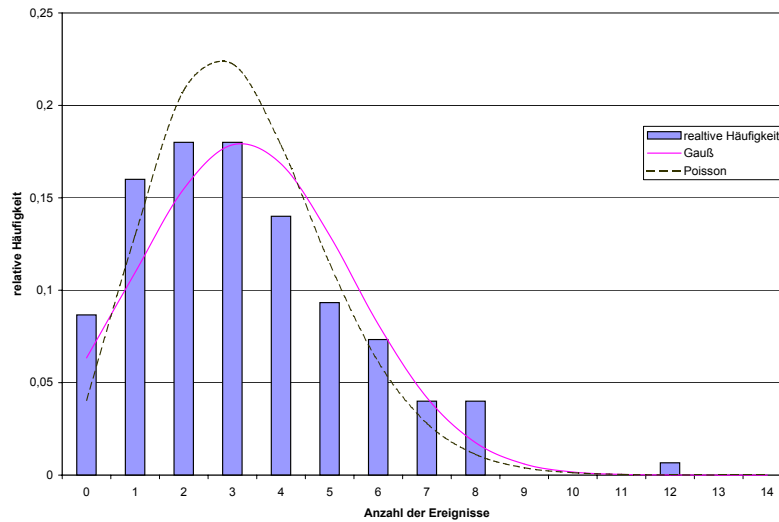
Bei großen Mittelwerten $\bar{x} = x_m$ kann die Poisson-Verteilung durch die Gaußverteilung genähert werden. Bei unserer Messung stören jedoch einige außerordentliche Peaks das Bild.

3.4. Chi-Quadrat-Test. Die gemessene relative Häufigkeitsverteilung bei der Integration über die Zählraten aus einem Teil des Spektrums scheint am ehesten der der Poisson-Verteilung zu entsprechen. Wir überprüfen diese Hypothese mit dem χ^2 -Test.

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(X - E)^2}{E}$$

9

ABBILDUNG 8. Integration über die Zählraten aus einem Teil des Spektrums mit etwa drei Zerfällen pro Zeiteinheit



Für die Poisson-Verteilung ergibt sich: $\chi^2 = 90,3$ und für die Gauss-Verteilung : $\chi^2 = 103,8$

Die Hypothese, dass die Verteilung einer Gauss-Verteilung oder einer Poisson-Verteilung entspreche, muss also verworfen werden, da die ermittelten Werte für χ^2 größer sind als der Tabellenwert.

Ignoriert man den Peak mit 12 Ereignissen, so erhält man für die Poisson-Verteilung $\chi^2 = 25,6$. Das χ^2 der Poissonverteilung ist dann geringer als der Tabellenwert. Somit ist die Hypothese haltbar, dass die ermittelte Verteilung näherungsweise einer Poisson-Verteilung entspricht.