

AUSWERTUNG: LASER B

TOBIAS FREY, FREYA GNAM

6. FOURIER-TRANSFORMATION

In diesem Versuch ging es darum, mittels Fouriertransformation aus dem Beugungsbild eines Einfachspaltes auf dessen Breite zu schließen. Die Intensität des Beugungsbildes wurde mit einer beweglichen Photozelle gemessen und an einen PC übermittelt. Am PC wurde das Beugungsbild mittels Fast Fourier Transformation (FFT) rücktransformiert, so dass man wieder den Einzelpunkt erhält. Die so ermittelte Spaltbreite beträgt 0,404 mm, in guter Übereinstimmung mit der Herstellerangabe von 0,4 mm (Abweichung 1%).

7. MICHELSON-INTERFEROMETER

7.1. Magnetostatische Längenabhängigkeit. Diesen Versuch haben wir mithilfe eines Michelson-Interferometers durchgeführt. Um den Magnetostriktionskoeffizienten k von Nickel zu berechnen, haben wir die Ordnung der Maxima/ Minima im Interferenzbild über dem Spulenstrom I aufgetragen und eine lineare Regression durchgeführt. Wir erhalten eine Gerade, deren Steigung durch $m = \frac{4nk}{\lambda}$ gegeben ist (Abbildung 1). Damit ergibt sich:

$$k = \frac{m \cdot \lambda}{4 \cdot n} = 2,32 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{A}}$$

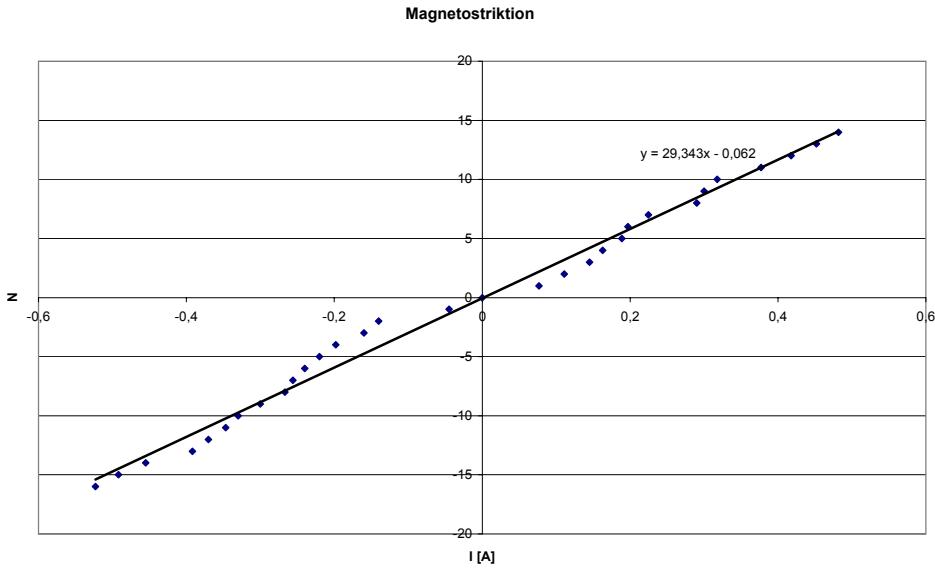
mit $n = 2.000$, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ und $m = 29,34 \frac{1}{\text{A}}$.

Die Standardabweichung beträgt $\sigma_{\bar{m}} = 0,10 \frac{1}{\text{A}}$.

Den statistischen Fehler σ_k erhält man mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsgesetz:

$$\sigma_k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial m}\right)^2 \cdot \sigma_{\bar{m}}^2} = \left| \frac{\partial k}{\partial m} \cdot \sigma_{\bar{m}} \right| = \left| \frac{\lambda}{4 \cdot n} \cdot \sigma_{\bar{m}} \right| = 8,16 \cdot 10^{-12} \frac{1}{\text{A}}$$

ABBILDUNG 1. Magnetostatische Längenabhängigkeit



Systematischer Fehler. Die Messapparatur reagiert bereits bei kleinen Erschütterungen sehr empfindlich. Somit war es nicht einfach, die Wechsel der Intensitätsminima und -maxima genau festzustellen. Dies ist sicher die wichtigste Fehlerquelle.

Der Spulenstrom erwärmt den Nickelstab, sodass die thermische Ausdehnung die Magnetostraktion überlagert. Dieser Fehler ist für uns nicht quantisierbar. Wir haben versucht ihn so gering wie möglich zu halten, indem wir die Messung zügig durchgeführt haben.

Fehlerquellen die bei einer Größtfehlerabschätzung beachtet werden müssen:

- Fehler beim Zählen der Intensitätsmaxima N mit $\Delta N \approx \pm 0,2$
- Fehler beim Messen und Ablesen des Stroms $\Delta I = \pm 2 \text{ mA}$
- Fehler in der Angabe der Wellenlänge des Laserlichts $\Delta \lambda = \pm 0,1 \text{ nm}$

Wir führen eine Größtfehlerabschätzung durch (Formel siehe Anhang):

$$\begin{aligned}
\Delta k &= \left| \frac{\partial k}{\partial N} \right| \Delta N + \left| \frac{\partial k}{\partial I} \right| \Delta I + \left| \frac{\partial k}{\partial \lambda} \right| \Delta \lambda \\
&= \left| \frac{\lambda}{2nI} \right| \Delta N + \left| -\frac{N\lambda}{2nI^2} \right| \Delta I + \left| \frac{N}{2nI} \right| \Delta \lambda \\
&= 8,60 \cdot 10^{-10} \frac{1}{A}
\end{aligned}$$

Wir verwenden für N und I die kleinsten Messwerte, da hier der systematische Fehler am stärksten ins Gewicht fällt.

Somit ergibt sich der Magnetostriktionskoeffizient von Nickel zu:

$$k = (2,32 \cdot 10^{-9} \pm 8,16 \cdot 10^{-12} \pm 8,60 \cdot 10^{-10}) \frac{1}{A}$$

7.2. Bestimmung der Wellenlänge des Lichtes. Wir haben nun manuell den Abstand d des beweglichen Spiegels variiert und die Verschiebung Δd für N Wechsel des Interferenzmusters (Maximum-Maximum) ermittelt.

Zunächst führten wir eine Messung mit $N = 1$ durch. Dabei war die Verschiebung Δd sehr gering. Deshalb haben wir die Messung für $N = 10$ (mit wenigeren Messwerten) wiederholt.

Die Gerade durch die Messwerte (Abbildung 2) liefert als Steigung $m = \frac{\Delta l}{n}$.

Die Wellenlänge λ des Lichts lässt sich damit bestimmen zu:

$$\lambda = \frac{2 \cdot \Delta d}{N} = 2 \cdot m = 678,4 \text{ nm}$$

Dieses Ergebnis weicht vom angegebenen Wert von $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ um 7% ab.

Systematische Fehlerquellen sind Ablesefehler an der Mikrometer-Schraube, fehlerhafte Justierung oder Gerätefehler.

7.3. Dopplereffekt bei Licht. Der Spiegel des Interferometers wurde nun durch einen Motor mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Durch den Dopplereffekt änderte sich die Wellenlänge des Lichtes.

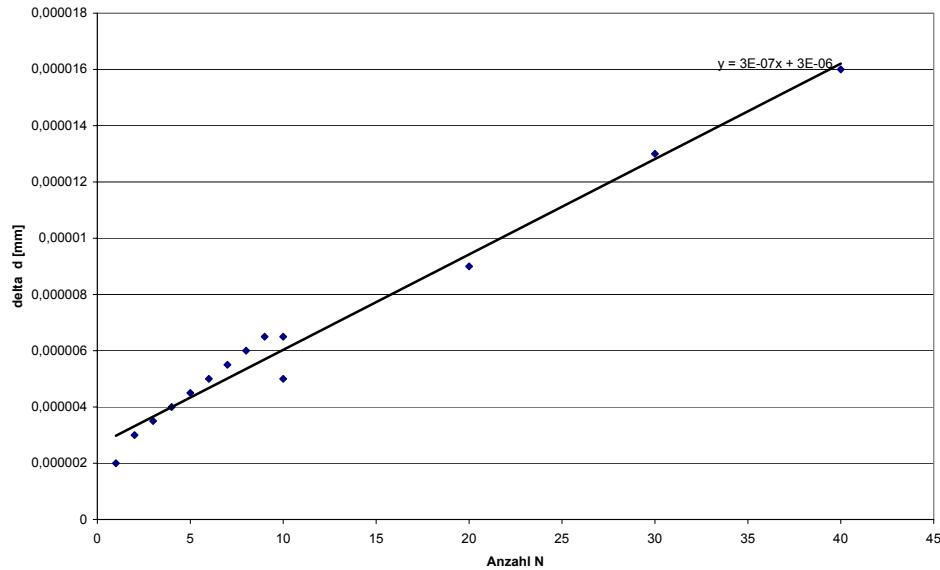
Wir haben in einer Messreihe die Zeiten t gemessen, in denen wir jeweils $N = 20$ Intensitätsmaxima beobachten konnten.

Damit erhalten wir die Spiegelgeschwindigkeit v :

$$v = \frac{\lambda N}{2t}$$

3

ABBILDUNG 2. Wellenlänge des Lichtes



Dabei ist $N = 20$ die Anzahl der Hell-Dunkel-Hell Wechsel, $\lambda = 632,8 \text{ nm}$ die Wellenlänge des Laserlichtes und t die Beobachtungszeit.

Eine Regression ist bei den gegebenen Messwerten nicht sinnvoll. Stattdessen haben wir den Mittelwert gebildet:

$$\bar{v} = 3,26 \cdot 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die Standardabweichung des Mittelwertes beträgt:

$$\sigma_{\bar{v}} = 2,13 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Systematischer Fehler. Fehlerquellen die bei einer Größtfehlerabschätzung beachtet werden müssen:

- Fehler beim Zählen der Intensitätsmaxima n mit $\Delta N \approx \pm 0,2$
- Fehler beim Messen der Zeit $\Delta t = \pm 0,1 \text{ s}$
- Fehler in der Angabe der Wellenlänge des Laserlichts $\Delta \lambda = \pm 0,1 \text{ nm}$

Wir führen eine Größtfehlerabschätzung für den Fehler in der Geschwindigkeit v durch:

$$\begin{aligned}\Delta v &= \left| \frac{\partial v}{\partial N} \right| \Delta N + \left| \frac{\partial v}{\partial t} \right| \Delta t + \left| \frac{\partial v}{\partial \lambda} \right| \Delta \lambda \\ &= \left| \frac{\lambda}{2t} \right| \Delta N + \left| -\frac{N\lambda}{2t^2} \right| \Delta t + \left| \frac{N}{2t} \right| \Delta \lambda \\ &= 5,03 \cdot 10^{-9} \frac{\text{m}}{\text{s}}\end{aligned}$$

Damit ergibt sich für die Geschwindigkeit v :

$$v = (3,26 \cdot 10^{-7} \pm 2,13 \cdot 10^{-9} \pm 5,03 \cdot 10^{-9}) \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

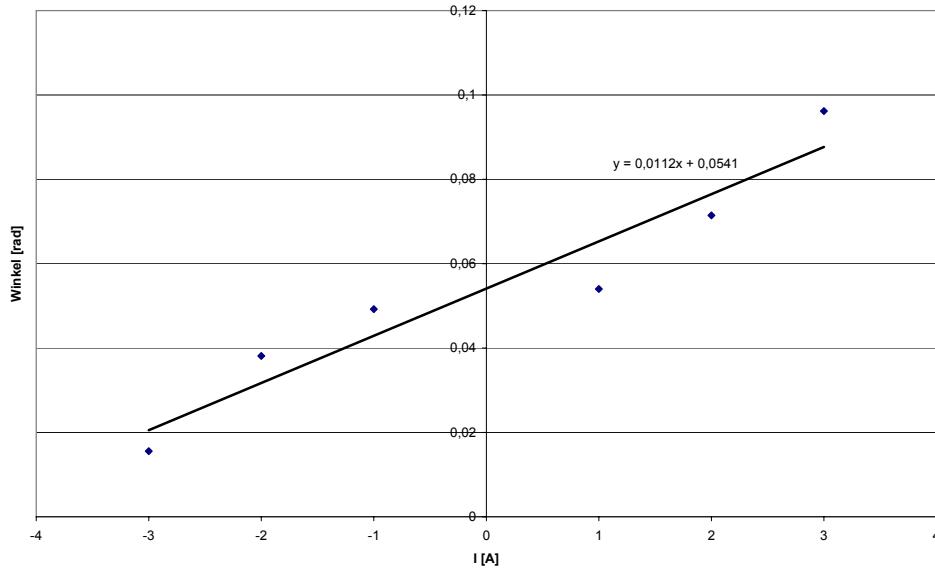
7.4. Akustischer Dopplereffekt. Den Dopplereffekt haben wir auch akustisch wahrgenommen, indem wir eine Stimmgabel vom Ohr weg bewegten, bzw. auf das Ohr zu bewegten. Die Frequenz erhöht sich, wenn man die Stimmgabel auf das Ohr zubewegt. Führt man das Experiment vor einer reflektierenden Wand aus, so hört man eine Schwebung.

8. FARADAY- UND POCKELS- EFFEKT

8.1. Faraday-Effekt: Anwendung mit Intensitätsmodulation. Bei diesem Demonstrationsversuch wurde das akustische Signal eines Radioempfängers mithilfe des Lasers übertragen. Für höhere Frequenzen leidet die Qualität, da das Magnetfeld der Spule nicht sofort an- und ausgeschaltet werden kann. Hohe Frequenzen bedeuten bei einem Stromsignal schnelle Stromstärkewechsel. Das Magnetfeld versucht aber der Lenzschen Regel entsprechend den Stromfluss aufrecht zu erhalten. Durch die Trägheit der Spule können die hohen Frequenzen nicht in den Laserstrahl einmoduliert werden.

8.2. Verdet'sche Konstante. Im Unterschied zu Aufgabe 8.1 wurde hier kein akustisches Signal, sondern Gleichstrom unterschiedlicher Stärke durch die Spule geleitet. Um die Verdet'sche Konstante zu bestimmen, haben wir die Intensität des transmittierten Lichtes mit einer Photozelle gemessen. Dazu haben wir den Polarisationsfilter auf den festen Winkel $\phi = 60^\circ$ zum einfallendem Licht eingestellt und die Intensitätsveränderung des Lichtes in Abhängigkeit vom Spulenstrom I aufgenommen.

ABBILDUNG 3. Verdetsche Konstante



Es ist auch möglich die Verdetsche Konstante zu bestimmen, indem man den Drehwinkel α in Abhängigkeit vom Spulenstrom I misst. Das genaue Ablesen der Intensitätsmaxima gestaltete sich jedoch recht schwierig.

Man erkennt in Abbildung 3 den linearen Zusammenhang zwischen Spulenstrom I und Dreiwinkel α . Somit folgt für die Verdetsche Konstante:

$$V = \frac{\alpha}{B \cdot l} = \frac{\alpha}{l} \cdot \frac{l}{\mu_0 \cdot n \cdot I} = \frac{\alpha}{I} \cdot \frac{1}{\mu_0 \cdot n} = m \cdot \frac{1}{\mu_0 \cdot n} = 11,14 \frac{1}{\text{Tm}}$$

Mit der Steigung $m = 0,0112 \frac{1}{\text{A}}$ und einer Standartabweichung $\sigma_m = 0,0007 \frac{1}{\text{A}}$

Den statistischen Fehler σ_V erhält man mit dem Gaußschen Fehlerfortpflanzungsge- setz:

$$\sigma_V = \sqrt{\left(\frac{\partial V}{\partial m}\right)^2 \cdot \sigma_m^2} = \left| \frac{\partial V}{\partial m} \cdot \sigma_m \right| = \left| \frac{1}{\mu_0 \cdot n} \cdot \sigma_m \right| = 0,698 \frac{1}{\text{Tm}}$$

Systematischer Fehler. Fehlerquellen die bei einer Größtfehlerabschätzung beachtet werden müssen:

- Ablese- und Meßfehler auf den Strom I mit $\Delta I = 0,1 \text{ A}$
- Ablese- und Meßfehler auf den Winkel α mit $\Delta \alpha = 0,008$

Wir führen eine Größtfehlerabschätzung für den Fehler der Verdetschen Konstante V durch:

$$\Delta V = \left| \frac{1}{\mu_0 n I} \right| \Delta \alpha + \left| \frac{\alpha}{\mu_0 n I^2} \right| \Delta I = 10,64 \frac{1}{\text{Tm}}$$

Somit ergibt sich die Verdetsche Konstante zu:

$$V = (11,14 \pm 0,698 \pm 10,64) \frac{1}{\text{Tm}}$$

Das große Fehlerintervall resultiert aus der großen Auswirkung kleiner Winkelschwankungen auf das Ergebnis.

Nicht berücksichtigt ist hier der störende Einfluss von Umgebungslicht. Dieser hat die Messung zusätzlich verfälscht.

8.3. Pockels-Effekt: Anwendung mit Intensitätsmodulation. Wie in Aufgabe 8.1 wurden hier Radiosignale mithilfe von Laserlicht übertragen. Die Informationsübertragung funktionierte hier jedoch besser als beim Faraday-Effekt. Die Signale werden hier auch im Bereich höherer Frequenzen gut übertragen, da die Änderung des E-Feldes instantan erfolgt.

8.4. Bestimmung der Konstanten k beim Pockels-Effekt. Hier sollte die Konstante k des Pockelseffekt bei einem LiNbO_3 -Kristall bestimmt werden.

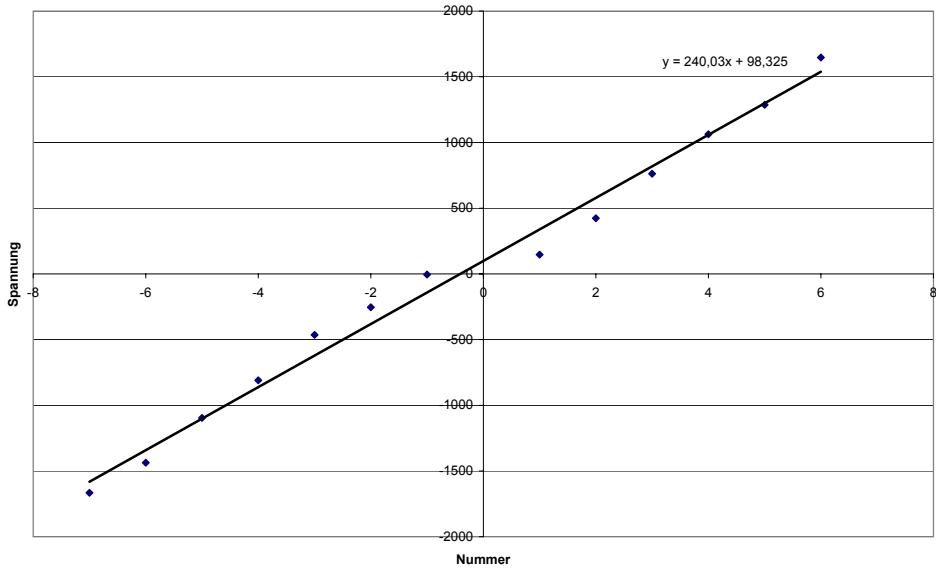
Bei diesem Versuch haben wir die Spannungswerte gemessen für die im Zentrum der Hyperbelstruktur Intensitätsmaxima, bzw -minima auftreten. Zwischen der Ordnung der Minima/ Maxima und den Spannungswerten ist ein linearer Zusammenhang zu erkennen.

Wieder führen wir eine lineare Regression durch (Abbildung 4). Die Steigung beträgt $m = 240 \text{ V}$, die Standardabweichung des Mittelwerts beträgt: $\sigma_{\bar{m}} = 2,18 \text{ V}$

Für die Konstante k ergibt sich somit:

$$k = \frac{\lambda \cdot d}{2 \cdot m \cdot s} = \frac{632,8 \text{ nm} \cdot 2 \text{ mm}}{2 \cdot 240 \text{ V} \cdot 20 \text{ mm}} = 1,32 \cdot 10^{-10} \frac{\text{m}}{\text{V}}$$

ABBILDUNG 4. Konstante k beim Pockeleffekt



Die Steigung der Auftragung von U gegen die Anzahl der Maxima n ist die Halbweltenspannung U_H :

$$U_H = \frac{U}{n} = (240 \pm 2, 18) \text{ V}$$

Nach der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung wird der statistische Fehler in U_H , σ_{U_H} zu einem Fehler in k , σ_k fortgepflanzt.

$$\begin{aligned}\sigma_k &= \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial U_H}\right)^2 \sigma_{U_H}^2} = \sqrt{\left(-\frac{\lambda h}{2sU_H^2}\right)^2 \sigma_{U_H}^2} = \sqrt{\frac{\lambda^2 h^2}{4s^2 U_H^4} \sigma_{U_H}^2} = \frac{\lambda h}{2sU_H^2} \sigma_{U_H} \\ &= 1,20 \cdot 10^{-12} \frac{\text{m}}{\text{V}}\end{aligned}$$

Systematischer Fehler: Wir führen eine Größtfehlerabschätzung für U_H durch. Fehlerquellen die bei einer Größtfehlerabschätzung beachtet werden müssen:

- Ungenauigkeit für die Bestimmung des Maximums mit $\Delta n = 0,2$
- Meßfehler auf die Spannung U mit $\Delta U = 1 \text{ V}$

Die Größtfehlerabschätzung ergibt für die Halbwelldenspannung U_H :

$$\begin{aligned}\Delta U_H &= \left| \frac{U}{n^2} \right| \cdot \Delta n + \left| \frac{1}{n} \right| \cdot \Delta U \\ &= 30,4V\end{aligned}$$

Nach der Gaußschen Fehlerfortpflanzung wird der systematische Fehler in U_H , ΔU_H zu einem Fehler in k , Δk fortgepflanzt.

$$\begin{aligned}\Delta k &= \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial U_H} \right)^2 (\Delta U_H)^2} = \sqrt{\left(-\frac{\lambda h}{2sU_H^2} \right)^2 (\Delta U_H)^2} = \frac{\lambda h}{2sU_H^2} \Delta U_H \\ &= 4,45 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}}{\text{V}}\end{aligned}$$

Damit ergibt sich für k :

$$k = (1,32 \cdot 10^{-10} \pm 4,45 \cdot 10^{-11} \pm 1,20 \cdot 10^{-12}) \frac{\text{m}}{\text{V}}$$

9. OPTISCHE AKTIVITÄT (SACCHARIMETRIE)

Ein optisch aktives Medium ist ein optisch isotropes Medium, das die Polarisationsrichtung von linear polarisiertem Licht dreht.

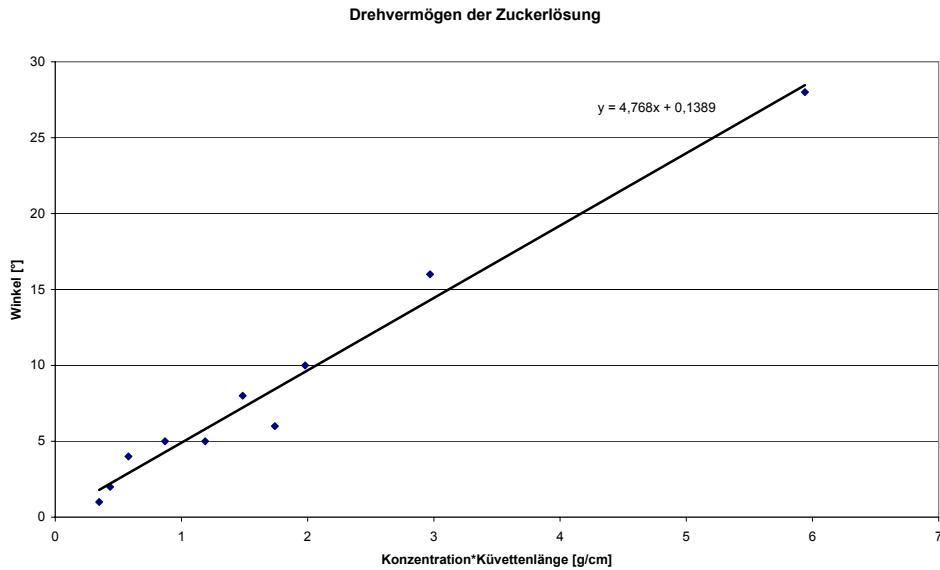
9.1. Optisches Drehvermögen einer Zuckerlösung. Wir bestimmen das optische Drehvermögen $[\alpha]$ einer Zuckerlösung. Dazu wird der Drehwinkel der Polarisation α in Abhängigkeit vom Lichtweg l im Medium und der Konzentration K des Zuckers im Wasser gemessen.

Es gilt: $[\alpha] = \frac{\alpha}{K \cdot l}$.

Wir tragen α über $K \cdot l$ auf und führen eine lineare Regression durch (Abbildung 5). Die Steigung der Ausgleichsgeraden entspricht somit dem optischen Drehvermögen $[\alpha]$.

Wir erhalten $[\alpha] = 4,76 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$ mit der Standardabweichung $\sigma_{[\alpha]} = 0,08 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$. Zucker ist linksdrehend.

ABBILDUNG 5. Optisches Drehvermögen einer Zuckerlösung



Systematischer Fehler. Zunächst ist die Unsicherheit der Konzentration der Zuckerlösung zu untersuchen. Für die Konzentration gilt:

$$K = \frac{m}{V}$$

Wir nehmen an, dass wir die Masse m auf $\Delta m = 2\text{ g}$ genau wiegen konnten und das Volumen auf $\Delta V = 1\text{ ml}$ genau abgemessen haben.

Für die Konzentration K_1 (30 g auf 100 ml) ergibt sich somit die Abweichung:

$$\Delta K_1 = \sqrt{\left(\frac{1}{V}\right)^2 (\Delta m)^2 + \left(\frac{m}{V^2}\right)^2 (\Delta V)^2} = 0,02 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$$

Die Konzentrationen K_2 bis K_5 erhalten wir, indem wir jeweils 100 ml Wasser zur vorherigen Konzentration hinzufügen. Der systematische Fehler ist für die Konzentration K_1 am größten. Wir führen eine Größtfehlerabschätzung durch:

$$\Delta[\alpha] = \left| \frac{1}{K_1 l} \right| \Delta\alpha + \left| \frac{\alpha}{K_1^2 l} \right| \Delta K_1 = 0,49 \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

Das optische Drehvermögen von Haushaltszucker ergibt sich somit zu:

$$[\alpha] = (4,76 \pm 0,08 \pm 0,49) \frac{\text{cm}^2}{\text{g}}$$

9.2. Optisches Drehvermögen einer Sorbose-Lösung. Hier bestimmen wir das optische Drehvermögen $[\alpha]$ einer Sorbose-Lösung. Sorbose ist rechtsdrehend.

$[\alpha]$ wurde in Längs- und in Querrichtung der Küvette bestimmt: $[\alpha]_{\text{lang}} = 3,37 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$,

$[\alpha]_{\text{quer}} = 4,18 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$. Damit ergibt sich der Mittelwert: $[\bar{\alpha}] = 3,77 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$.

Die Standartabweichung des Mittelwerts beträgt $\sigma_{[\bar{\alpha}]} = 0,41 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$.

ANHANG: FORMELN ZUR FEHLERRECHNUNG

Mittelwert, Standartabweichung. Der Mittelwert \bar{x} , die Standartabweichung σ_x und der Fehler des Mittelwerts $\sigma_{\bar{x}}$ berechnen sich aus den Messwerten für x und dem Stichprobenumfang N zu:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\ \sigma_x &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \\ \sigma_{\bar{x}} &= \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}\end{aligned}$$

Die Varianz σ_x^2 ist das Quadrat der Standartabweichung

Fehlerfortpflanzung. Sei f eine Funktion $f(x_1, \dots, x_n)$, die von n verschiedenen nicht-korrelierten Messgrößen x_i abhängt. Bei bekanntem Fehler in den x_i errechnet sich der Fehler in f mittels der Gauss'schen Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2}$$

Kann man eine Korrelation der Fehler der Messgrößen nicht ausschließen, so muss man die Größtfehlerabschätzung verwenden:

$$\Delta f = \sum_{i=1}^n \left| \frac{\partial f}{\partial x_i} \right| \Delta x_i$$